EPU
ESCUELA DE POSGRADO
U · T · E · G

UTEG
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA
EMPRESARIAL DE GUAYAQUIL

ARMADA DEL ECUADOR
UNIDAD EDUCATIVA
LICEO NAVAL

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EMPRESARIAL DE GUAYAQUIL

FACULTAD DE EDUCACIÓN A DISTANCIA Y POSTGRADOS

DIPLOMADO SUPERIOR EN DISEÑO Y APLICACIÓN DE MODELOS EDUCATIVOS

TEMA:

ELABORACIÓN DEL TEXTO "FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE PRIMER AÑO DE BACHILLERATO" PARA UNIDADES EDUCATIVAS NAVALES

DIPLOMANTES:
ING. MESÍAS CEVALLOS GONZÁLEZ
LCDO. POLICARPO VILLAGÓMEZ ARREAGA

TUTORA
Ms.C. Dra. Gladys Criollo Portilla

Febrero 2007
GUAYAQUIL - ECUADOR

El jurado calificador otorga al
Presente proyecto educativo

CALIFICACION DE..

EQUIVALENTE A...

MIEMBROS DEL TRIBUNAL:

PRESIDENTE...

PRIMER VOCAL..

SEGUNDO VOCAL..

DEDICATORIA

*A los **educandos** de nuestra Patria, sedientos de saber, que buscan horizontes sin límites, luchando diariamente por el desarrollo de su talento y la formación integral de su personalidad.*

A nuestros hijos:

Lunas acariciadas por nuestro corazón y manos cargadas de ternura, paciencia y amor.

A nuestras Esposas

Lcda. Indira Benavides de Villagómez

Lcda. Sandra García de Cevallos

Por brindarnos a cada instante comprensión, amor y apoyo moral para continuar en esta sublime profesión.

A nuestros compañeros educadores, maestros de innovaciones, en su altísima tarea de educar, que siembran a cada instante la semilla de sabiduría y moral en el campo fértil de sus discípulos.

En memoria de nuestros padres

Sr. Delfín Cevallos Zurita (+)

Sra. Doña Pastora González Olaya (+)

Sr. Abel Villagómez Bustamante (+)

Sra. Doña Sergia Arreaga Briones

Faros permanentes de nuestras vidas

Autores:

Ing. Mesías Cevallos

Lcdo. Policarpo Villagómez

AGRADECIMIENTO

Agradecemos a Dios, por darnos inteligencia, fortaleza y voluntad para seguir en esta sublime profesión de maestros.

A los distinguidos educadores:

Dra. Master Gladys Criollo Portilla

Master Jorge Pesantez

Dr. José López Escobar

Lcdo. Julio Tigreros Álvarez

Quienes en calidad de asesores, contribuyeron decididamente, con sugerencias científicas, pedagógicas y críticas constructivas que se constituyeron en aportes fundamentales para la elaboración del texto.

Aprovechamos esta oportunidad para agradecer a los distinguidos educadores, que dictaron el seminarios con sus brillantes clases, durante todo el período del Diplomado, de igual manera reiteramos nuestro agradecimiento al coordinador y autoridades de la Facultad de Ciencias de Educación de la Universidad Tecnológica Empresarial de Guayaquil, todos ellos cubrieron con la expectativa de nuestra innovación científica y pedagógica

Autores

INDICE

PRESENTACIÓN

La elaboración de un texto de matemáticas, pretende mejorar la calidad en el conocimiento de esta ciencia, direccionado a un programa con contenidos científicos y selección de estrategias para desarrollar la creatividad y razonamiento lógico matemático en la resolución de problemas cotidianos.

En cada capítulo, se determina objetivos y contenidos aplicables al desarrollo psicológico de los educandos, la visión y misión de la Unidades Navales y otros Institutos del país, se ha buscado una gama de ejercicios y problemas resueltos y propuestos, en orden de dificultad, desde aquellos que se resuelven por simple analogía, hasta aquellos que constituyen aplicaciones de conceptos,

Para potenciar el razonamiento y el pensamiento crítico, se han preparado ejemplos de solución ingeniosa y lógica, interpretación de problemas que crearán la confianza adecuada en la toma de decisiones.

El objetivo científico de esta investigación enfoca al estudio y desarrollo de enunciados, teoremas, axiomas, exponentes, radicales, ecuaciones, sistemas de ecuaciones lineales, cuadráticas, inecuaciones, inducción matemática, geometría: Plana y del espacio, trigonometría, cuyos conocimientos y aplicaciones servirán para resolver problemas del entorno y formar en los educando una visión clara, para seleccionar su carrera profesional.

Existen textos de diferentes editoriales, pero la mayoría no compatible con el programa, ni con el medio, con tendencias tradicionalistas, carentes de relación interdisciplinaria y modelos matemáticos que orienten a la aplicación práctica.

El nuevo texto está elaborado en función de muchos años de experiencias, apuntes, investigaciones bibliografías actualizadas, sugerencias de maestros y padres de familia; estamos seguros que este libro orientará al aprendizaje significativo de los alumnos y maestros de una manera didáctica que va de lo ,más sencillo a lo más complejo y con una variedad de auto-evaluaciones y tests , brindándoles de esta manera una base sólida en los conocimientos de la materia.

En nuestra institución, otras áreas comenzaron a elaborar texto guías, nos integramos a estas tareas de investigaciones, para contribuir al desarrollo integral de nuestros educandos.

PARTE I

INTRODUCCION

Las ciencias evolucionan en concordancia con la dinámica del tiempo, por consiguiente los métodos, estrategias y técnicas del proceso enseñanza - aprendizaje demandan adoptar textos de consulta que viabilicen los procesos del trabajo didáctico, para desarrollar la comprensión y habilidades fundamentales en la aplicación del álgebra, geometría y trigonometría; por esta razón se ha puesto énfasis en la estructura del texto y el uso del razonamiento deductivo basado en metodologías con tendencias del modelo socio - constructivista.

1.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA CIENTÍFICO

El balance del año lectivo exige ajustes y modificaciones en el orden administrativo, pedagógico, psicológico y científico para mejorar la labor educativa.

En el aspecto pedagógico, se actualizaron las metodologías de enseñanza, sistemas de evaluaciones y material didáctico.

En el año lectivo 2005-2006, el Área de CC. EE. revisó y seleccionó textos guías de todos los cursos; a excepción de primero de bachillerato, q*ue durante varios años utilizó el Algebra de Rees – Sparks Rees décima edición, texto que contenía un 60% del programa de este nivel, careciendo de un 40% correspondiente a Geometría y Trigonometría.*

La editorial suspendió la producción del texto, originando preocupación a las autoridades, maestros y alumnos.

La difícil elección de un texto básico para la asignatura de matemáticas, que concuerde en un gran porcentaje con los contenidos de los planes anuales, la metodología del modelo pedagógico, la secuencia de contenidos, la calidad de los problemas planteados y propuestos, la cientificidad de las definiciones, nos ha llevado en estos años de práctica docente a definir que existe un problema trascendente como es:

"La falta de un texto básico para la asignatura de matemáticas en el primero de bachillerato, que mantenga en su estructura los contenidos del plan anual, con una metodología adecuada, ejercicios y problemas; planteados y resueltos bajo normas didácticas, en orden de dificultad, capaces de ser asimilados por los alumnos en forma independiente", o sea **carencia de textos bibliográficos con nuevos modelos pedagógicos**

1.2. JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Por lo expuesto se justifica el diseño y elaboración de texto adaptado a las corrientes psicopedagógicas de las unidades educativas navales, que mejore la calidad del aprendizaje de esta ciencia abstracta.

1.3. OBJETIVOS PLANTEADOS

1.3.1. OBJETIVO GENERAL:

Elaborar un texto de Matemáticas para primero de bachillerato, seleccionando contenidos científicos, con estrategias didácticas para el desarrollo del razonamiento lógico creativo y con sólidos conocimientos para continuar eficientemente en los estudios de los cursos superiores.

1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Estructurar un texto básico de matemáticas acorde al perfil de egreso de los alumnos de primero de Bachillerato.
- Distribuir uniformemente las unidades temáticas del programa de primero de bachillerato en capítulos, que tengan secuencia lógica.
- Diseñar las Unidades temáticas acorde a las normativas de la didáctica y modelos pedagógicos actuales, con objetivos, definiciones, ejemplos básicos, ejercicios de autoevaluación (planteamiento de problemas resueltos y propuestos) que permitan desarrollar la creatividad.
- Utilizar un lenguaje matemático formal, universal, capaz de impartir a los estudiantes un conocimiento general, preparándolos para la abstracción y generalización**, que les ayude a insertarse en el mundo laboral y/o de especialización profesionales.**

1.4. IDEAS A DEFEMDER

- La estructuración del texto básico de matemáticas, acorde al perfil de egreso de los futuros bachilleres, permitirá que los alumnos tengan en sus manos información científico-técnica de calidad.

- La distribución uniforme de las unidades temáticas del programa de primero de bachillerato en capítulos, manteniendo una secuencia lógica, facilitando el manejo del mismo por parte de los alumnos y profesores.

- Mantenimiento del diseño de las Unidades temáticas acorde a las normativas de la didáctica y modelos pedagógicos actuales, con sus objetivos, definiciones, ejemplos básicos, planteamiento de problemas resueltos y propuestos que permitan desarrollar la creatividad y hábitos en el trabajo independiente de los alumnos.

- Presentación de conceptos, teoremas, leyes con un lenguaje matemático formal, universal, coadyuvará a desarrollar en los estudiantes un conocimiento general del lenguaje matemático, preparándolos para la abstracción y generalización.

- Utilización de un texto de consulta ágil, dinámico y didáctico

1.5. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO INVESTIGATIVO

Siendo docentes de la asignatura de matemáticas de la unidad educativa "Liceo Naval" de la ciudad de guayaquil, y concientes de la problemática educativa en cuanto a recursos didácticos, especialmente en la selección y uso de textos guías de matemáticas, realizamos una investigación utilizando la técnica de encuestas, aplicada a: Autoridades, profesores, padres de familias, alumnos con el siguiente proceso:

- Autorizaciones
- Elaboración del texto de la encuesta
- Aplicación de las encuestas
- Tabulación y representación de las encuestas
- Análisis de las encuestas

Obteniendo las siguientes **conclusiones:**

- Los textos de matemáticas no cubren el total de los contenidos programáticos de Trigonometría y Geometría. Para cubrir estas carencias, al estudiante se le obligaba a adquirir varios textos, provocándose un problema de Costos.
- Los ejercicios y tareas que tienen los textos tradicionales, ofrecen una monótona secuencia, que limita el desarrollo del razonamiento y pensamiento lógico.
- Dificultad de entrega de los libros a tiempo por parte de las editoriales y distribuidoras.

- Los textos de matemáticas tienen limitados problemas de aplicación y carecen de orientaciones didácticas, por lo que no motivan al educando al estudio de esta ciencia.

PARTE II

2. DESARROLLO

2.1 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Trata de seleccionar las ideas rectoras, que denoten el poder suficiente para el desarrollo de los objetivos científicos de nuestra propuesta.

2.1.1. FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS DE LA EDUCACIÖN

El sistema educativo en todos los tiempos y espacios siempre ha estado guiado por corrientes filosóficas, que han determinado el tipo de ciudadano que demanda nuestra sociedad.

El conocimiento y la educación son aspectos profundamente articulados, histórica y socialmente, que podemos resumir en:

La primera de las reflexiones sobre la educación ligada a la formación de los niños y jóvenes de las clases dominantes en las sociedades precapitalistas, definidas por concepciones filosóficas y políticas, directamente relacionada con la formación de cuadros y dirigentes para esas sociedades.

La segunda, la educación de las masas inherente al capitalismo, en la cual el estado asume la responsabilidad social y la instauración de la educación como un derecho de los hombres, en esa forma el capitalismo asciende y se consolida en la mayor parte de los pueblos del mundo.

La filosofía y las matemáticas se identifican por su naturaleza abstracta, muchos filósofos han sido destacados matemáticos, como nos describe la historia:

Platón (siglo IV. A.C.) Uno de los padres de la filosofía, escribió en la obra La República, "verdaderamente me doy cuenta, de cuán bella y útil es la ciencia de los números"

Desde el punto de vista filosófico, para Tales de Mileto y Pitágoras, la matemática era la ciencia de los números y las figuras geométricas considerada como la esencia de la realidad, tanto por sus contenidos, naturaleza de los entes matemáticos y la relación con otras ciencias y la realidad, a esto se suma los aportes de: Euclides con la síntesis de los conocimientos de la geometría de su época en su obra "Los Elementos de La Geometría", Hiparco de Alejandría creo la trigonometría (siglo II A.C.). Tolomeo realizó un resumen de la astronomía (siglo II D.C.), Arquímedes que fue un gran geómetra se interesó por los números y el cálculo, Diofanto de Alejandría (siglo IV d, c) habría escrito varios libros de álgebra en que planteaba problemas geométricos a los que trataba de dar respuestas aritméticas en forma de ecuaciones. El matemático BAGDAD – KHAREZMI que escribió la primera obra que utilizó el primer sistema decimal, este sistema de numeración que es aún el nuestro, este sabio trataba del cálculo con incógnitas dando los primeros inicios de razonamiento utilizando las ecuaciones Al-khayyan, perfeccionó el álgebra para resolver problemas de geometría aplicando las ecuaciones.

El gran aporte de los matemáticos Griegos se sitúa a nivel de razonamiento. Fueron los primeros en introducir la demostración para deducir la solución exacta de cualquier problema.

Las ciencias matemáticas fueron perfeccionadas por filósofos cristianos como Blaise Pascal, (siglo XVI) destacado matemático y físico, que realizó importantes investigaciones de las matemáticas, como el cálculo, estudio de las curvas, triángulos y los principios fundamentales de la divisibilidad. Gregor Cantor siglo XVIII estudió la noción de infinito.

Isaac Newton siglo XVII, considerado como uno de los más grandes talentos de la mente humana ,descubrió casi simultáneamente con Leibnitz el cálculo diferencial y cálculo integral, basándose en los trabajos de Kepler, formuló la ley de la gravitación universal, dentro del álgebra desarrollo el binomio que lleva su nombre, que consta en su obra "Principios Matemáticos de Filosofía Natural".

Descartes filósofo y matemático francés, dio clase de matemáticas en la corte Sueca donde muere. Es considerado el primer filósofo de la edad moderna que sistematiza el método científico; aplicó el álgebra a la geometría creando así la geometría analítica.

Pierre Fermat matemático francés a quien Pascal llamo "El primer cerebro del mundo", profundizó en la matemática pura, trabajó incansablemente en la teoría de los números o aritmética superior, dejando varios teoremas que llevan su nombre, el más famoso es el llamado el teorema de Fermat.

Podemos concluir afirmando que estas dos ciencias han apoyado a buscar el desarrollo y progreso de los grandes adelantos científicos y técnicos en beneficio del ser humano.

2.1.2. FUNDAMENTOS PEDAGOGICOS

Estamos ante una ciencia en renovación, pero no por eso con menos carácter científico, pues todo saber con pretensiones de cientificidad está sometido a continua revisión y se halla en construcción permanente. Uno de los rasgos característicos de la educación, lo menciona José Martí, cuando dice: "educar es depositar en cada hombre toda la obra humana que le ha antecedido, es hacer a cada hombre resumen del mundo viviente, hasta el día en que vive; es ponerlo al nivel de su tiempo, para que flote sobre él, y no dejarlo debajo de su tiempo, con lo que no podrá salir a flote; es decir preparar al hombre para la vida." (José Martí Pérez, siglo XVII).

La educación puede ser entendida en un sentido amplio, como el conjunto de procesos que tienen lugar en la Sociedad, que influyen en la formación del individuo, permitiéndole interactuar con las diversas manifestaciones culturales que han sido creadas y utilizadas con anterioridad.

La Pedagogía es la ciencia que estudia el fenómeno educativo en general con un criterio eminentemente práctico, ya que se nutre constantemente de tecnologías didácticas de acuerdo a las nuevas concepciones de la educación.

La Pedagogía como disciplina científica está en constante construcción, se refiere a proposiciones sistematizadas sobre el tema de cómo educar o formar la personalidad y consecuentemente a cómo instruir. La Pedagogía refleja en su desarrollo el correspondiente avance de la investigación científica y de ese modo se aprecia los distintos períodos de desarrollo de la ciencia en general.

Para muchos autores es necesaria la utilización del concepto de formación, Rafael Flores señala: "La formación es el eje y principio organizador de la Pedagogía como disciplina en construcción, y también es el propósito y resultado esencial de la enseñanza. Se refiere al proceso de humanización que caracteriza el desarrollo individual, a medida que el ser humano se apropia de la experiencia de la sociedad a través de la cultura y de la ciencia, y participa en las prácticas de sobrevivencia y conveniencia de la comunidad de la que hace parte"

En síntesis, la metódica educativa no debe sustentarse en un solo principio, sino en cuatro.

- Entregar a los educandos el más variado saber en forma lógica y asimilable.
- Hacerlo con amor, sin contrastar las actitudes e intereses particulares de los educandos.
- Ordenar la enseñanza en armonía y unidad;
- Educar al hombre en la verdad y la justicia, a través del intelecto y del corazón.

Según esta pedagogía debe respetarse los principios de tomar decisiones y resolver problemas de la realidad, la evaluación debe ser integral y dinámica; y los profesores que como mediadores del aprendizaje deben conocer los intereses de los alumnos y sus diferencias individuales, conociendo los estímulos de sus contextos familiares, comunitarios y educativos.

El proceso pedagógico tiene que ver con la educación en su sentido amplio es decir con la formación de la personalidad, no se limita al proceso de enseñanza-aprendizaje aunque este es el medio fundamental para preparar al hombre para la vida.

Por las características de las matemáticas como ciencia, su enseñanza – aprendizaje está presente en la mayoría de las especialidades que se forma en los centros de educación superior, ya sea como ciencia matriz o aplicada y este carácter general de disciplina obliga a los docentes que lo impartan. A profundizar en estas generalidades del proceso pedagógico

El aprendizaje es un proceso ligado al hombre desde sus orígenes esta vinculado a la actividad humana y estrechamente unido a la resolución de problemas, por cuanto dar solución a un problema conlleva a nuevos conocimientos

El proceso pedagógico que se desarrolla en cualquier subsistema de la educación persigue un fin, que el aprendizaje sea más eficiente .Las características del mundo contemporáneo llevan la necesidad de un análisis profundo, al contenido objeto de aprendizaje, el que debe ser:

Profesionalizado para que dentro de las posibilidades de la disciplina, todos los contenidos objetos del aprendizaje se enfoquen dentro de una esfera actual del profesional que se forme.

Fundamentalizado.- Por que la planificación y organización de los contenidos de la disciplina debe comprender aquellos que requiere el profesional.

Sistematizado.- Por que los contenidos de la disciplina interna externa deben interrelacionarse, estableciendo nexos, formando parte de un todo

2.1.3. FUNDAMENTOS PSICOLÓGICOS DEL APRENDIZAJE

Los "Fundamentos psicológicos del aprendizaje forma parte del área contextual del campo pedagógico, sus principios teórico –práctica, definidas, ponen énfasis en la comprensión y desarrollo de habilidades ligadas a la apropiación del pensamiento crítico"

La psicología aporta al campo educativo con un basto campo de estudio que permite el desarrollo de la capacidad de los educandos cuyo programa podemos sintetizar en:

Relación entre Psicología y Educación.

- Teorías del aprendizaje: desarrollo histórico y nudos conceptuales
- El debate actual en el campo de la psicología del Aprendizaje
- Teorías psicológicas del aprendizaje individual y grupal
- Operaciones cognitivas y modos de aprender.

Por consiguiente los "fundamentos psicológicos" invocan la disciplinariedad del conocimiento sobre el aprendizaje,

- Desde una perspectiva que contemple la estructura cognitiva del sujeto, es decir, sus esquemas de aprendizaje.
- Considerando lo psíquico en el aprendizaje a partir de operadores como la transferencia y el deseo de saber entre otros aportes significativos del psicoanálisis a la relación pedagógica

La psicología aplica un basto campo en los sistemas educativos como podemos mencionar:

Relaciones problemáticas entre psicología y educación.

Problemas de la constitución de la psicología educacional como disciplina y como campo de prácticas.

Crítica de los procesos de transferencia de la psicología a la educación

El modelo social – constructivista considera que el aprendizaje se produce cuando:

- El sujeto interactúa con el objeto del conocimiento (Piaget)
- Cuando esto lo realiza en interacción con otros (Vigotsky)
- Cuando eso significa para el sujeto (Ausubel)

El psicólogo Lev Vigotsky considera que el aprendizaje es una forma de asimilación sin embargo su concepto de interiorización no es un concepto biológico ni químico, como el de Piaget, considera que aprender es "Apropiarse de un instrumento que esta dentro de un contexto cultural. Esa idea es una visión integral ". Por otro lado VIGOTSKY define "La zona de desarrollo próximo como la deferencia entre lo que el sujeto es capaz de hacer por si solo y lo que pueda lograr con la ayuda de otro para resolver problemas".

Una estrategia adecuada para llevar a la práctica este modelo es "El método de proyectos", ya que permite interactuar en situaciones concretas y significativas y estimula el "Saber", el "Saber hacer" y el "Saber ser", es decir, lo conceptual, lo procedimental y lo actitudinal

2.1.4. FUNDAMENTOS SOCIOLÓGICOS DE LA EDUCACIÓN.

Desde el punto de vista sociológico se parte del análisis realizado por la sociología educativa , la relación entre cultura social y educación ,donde se puede observar que en el comportamiento de cada individuo existe una parte no aprendida, o sea, lo puramente intuitivo, temperamental y biológico, todo lo demás, desde los hábitos a las ideas y los sentimientos, incluyendo las actitudes, es decir, la cultura, es el resultado de un aprendizaje.

Los patrones de conducta que definen una cultura se trasmiten de unos miembros a otros, en esto consiste la educación, dicha tarea se realiza porque el grupo social ejerce enorme presión y también porque "el comportamiento de los seres humanos es muy flexible y se adaptará al ambiente cultural". En este sentido la sociología nos ofrece la fundamentación del papel del ambiente cultural en las influencias de la educación del individuo, que el clima social es tarea importante que determinan en gran medida el comportamiento y carácter futuro de la persona formada.

La sociología recoge también el análisis de que la culturización de los individuos se lleva a cabo no solo por medio de cauces institucionales, sino también simultáneamente y de un modo continúo en la vida, a partir de la atmósfera cultural que de modo constante respiran los individuos.

Por ello Coombs en 1966 propone distinguir tres tipos de educación a nivel de la sociedad:

- Educación Formal: Sistema educativo escolar.
- Educación Informal: El proceso de aprendizaje a partir de las experiencias cotidianas y de los estímulos del ambiente cultural.
- Educación no Formal: Es un caso intermedio entre los dos anteriores pues son diversos modos de enseñanza realizados fuera del currículo.

El individuo contacta con la sociedad a través de grupos, siendo más fuerte la interacción del grupo sobre el individuo y viceversa, pues el grupo moldea psicológicamente a sus miembros y la comunidad sociologicamente (culturalmente) a los grupos. Por ello en el proceso de formación es necesario tener en cuenta que cada individuo se encuentra inserto en grupos primarios (hogar, familia, amigos, vecindad) que actúan sobre él de manera inmediata y personal.

Es por ello que la identidad local constituye un espacio que adquiere significado porque las personas se vinculan a él gracias a procesos simbólicos y afectivos que permiten la construcción de logros y sentimientos de pertenencia.

2.1.5. *FUNDAMENTO EPISTEMOLÓGICO.*

La sociedad contemporánea que avanza vertiginosamente en esta nueva era de la comunicación, debe construir desde una perspectiva eolítica y humanista para ello se parte de la convicción, basada en la experiencia histórico-filosófico, de que la educación apunta a la búsqueda permanente de la verdad, de la felicidad, el conocimiento, la libertad, y la justicia social, cuya esencia se encuentra en las diferentes teorías del conocimiento.

La propuesta educativa, parte de dos principios epistemológico, el primero, que atiende a lo interno y que parte de la creencia de, que todo el conocimiento es lógico y es producto de la operación activa o interacción intencionada del sujeto cognoscente sobre el objeto de conocimiento:

El segundo, considera lo externo, es decir la incidencia del contexto social y cultural de la actividad reflexiva acerca del conocimiento.

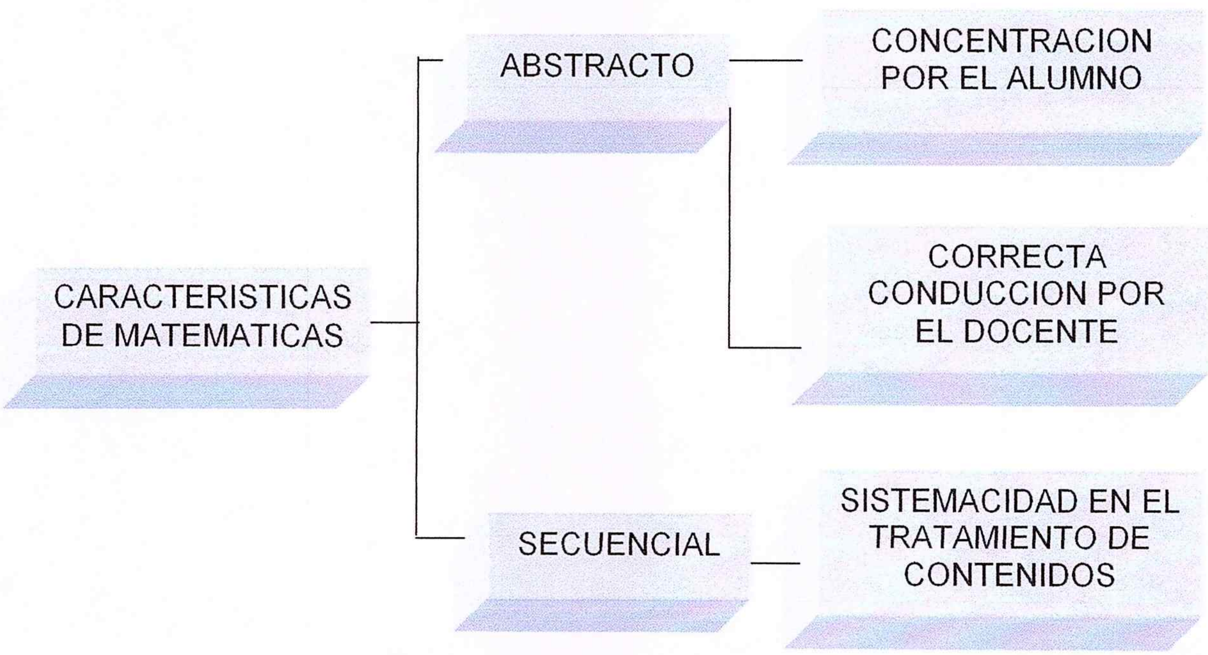
Tomamos estos dos aspectos por cuanto el conocimiento parte de las interacciones (sujeto - objeto) como producto de la experiencia y que no puede estar al margen de un contexto social y cultural dado que el hombre se desarrolla en sociedad y busca la perfección y humanización de misma a través del conocimiento. Por tanto este fundamento esta enmarcado en la acción – reflexión – praxis - social (crítico problematizador).

2.2. DIDÁCTICA DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.

Las metodologías son estrategias para conducir el proceso de enseñanza-aprendizaje en el sentido lógico la teoría del conocimiento, sin embargo en el accionar de la práctica pedagógica los requisitos básicos son:

- Los docentes dominen la matemática en su importancia, estructura interna y aplicaciones, conservando su propio estilo, preparación pedagógica científica psicológica sea consciente de los problemas que tienen los alumnos.
- **Los métodos de enseñanza** son procesos didácticos que sirve para una conducción efectiva la enseñanza- aprendizaje dirigida a alcanzar objetivos educativos, por esta razón los maestros de matemáticas deben conocer varios métodos y técnicas de enseñanza.

2,2.1 Características de la matemática



Para los aprendizajes de esta ciencia se considerado dos características que son:

- Es una ciencia **ABSTRACTA**, que requiere predisposición y actitud de los alumnos y una correcta conducción del proceso por parte del profesor.

- El maestro debe sistematizar el tratamiento de los contenidos académicos-científicos, pues no debe existir brechas del conocimientos

2.2.2. OBJETIVOS DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

EL PENSAMIENTO LÓGICO

Su uso nos posibilita la demostración de teoremas matemáticos - geométricos y a la vez analiza y encauza muchas situaciones que se presenta en la vida real,

EL PENSAMIENTO CRÍTICO

Se desarrolla a través de las actividades curriculares y extra- curriculares que hacemos con nuestros alumnos y estrechamente ligadas a la formación de valores.

EL PENSAMIENTO LATERAL

Este pensamiento está muy relacionado con el llamado DIVERGENTE, que consiste en buscar otras vías de solución del mismo problema, es decir que no debemos conformarnos con un sólo camino de solución.

SABER PODER

Saber hacer, saber crear significa en síntesis poder, siendo esencial que el alumno resuelva problemas de manera independiente lo cual se logra orientando al alumno a la investigación a buscar otras herramientas que asegure el dominio de conocimientos significativos.

MATEMÁTICAS PARA DESARROLLAR VALORES

El desarrollo de valores éticos y morales es una responsabilidad de todas las sociedades y en particular de todos los padres, docentes, cuya misión es una obra infinita de amor, que se realiza con actitudes, ejemplos.

2.2.3. CONTENIDOS DE LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA

La selección de contenidos es muy seria, en el LICEO NAVAL se realiza en reunión de ÁREA en todos los niveles, finalmente se aprueba en jornadas de trabajo Inter. - Liceos.

Los contenidos tienen aplicaciones en otras materias (química, física, economía, sociales, biología)

Los contenidos estén ubicados en forma sistémica de acuerdo con los diferentes grados y niveles y edad de los estudiantes

¿Por qué es tan difícil la enseñanza de las matemáticas?

- Los alumnos no comprenden el por qué de los contenidos que se imparten y desesperados memorizan e intentan repetir lo que se les enseña.
- Se conocen contenidos en forma aislada lo que no permite que el alumno pueda integrarlos para resolver problemas con la independencia que requiere.

- El alumno, por lo general, no insiste en el propósito de resolver un problema. a la primera dificultad se da por vencido, recurre al profesor para pedir orientaciones, o deja de hacerlos.
- Los alumnos poseen muy pocos métodos de estudio de matemáticos lo que incide negativamente en la investigación (no saben estudiar matemáticas)

Por la experiencia y los resultados que se han obtenido en éstos años se ha observado que los estudiantes realizan las actividades de una forma mecánica, repetitiva, reproduciendo textualmente, o conformándose con aprendizajes elementales, su participación es pasiva en clases, y el facilismo en los sistemas de evaluaciones, impiden el reflejan aprendizaje significativo, que a futuro, satisfaga las necesidades de la sociedad,

2,3 ESTUDIO DE FACTIBILIDAD REALIZADO

2.3.1 POBLACIÓN Y MUESTRA

La población que participó en la encuesta son todos aquellos profesionales que se identifican con el área de las ciencias, así mismo los maestros entrevistados son los que directamente están involucrados en el quehacer de las ciencias y sugieren la necesidad de que se incorpore un área específica para dicha tarea.

La población estudiantil, quienes serían los beneficiados participarán de un cuestionario y además de una apreciación evaluativo de un antes y un después, realizado con indicadores que nos permitan efectuar un verdadero análisis.

2.3.2 APLICACIÓN DE LAS ENCUESTAS

Análisis e interpretación de los resultados de las encuestas aplicadas a los alumnos sobre la utilización de textos de matemáticas

La presente encuesta ha sido estructurada en función de la necesidad de la comunidad educativa (ver anexos A_1, A_2 y A_3) cuyos resultados son:

El 50% de los KDTS encuestados, consideran que los libros de matemáticas, si motivan al estudio de las matemáticas y el 50 % expresan que los textos de matemáticas no inducen al estudio de esta ciencia (A_1).

El 60.7% de los alumnos consideran, que los textos de matemáticas no tienen suficientes ejercicios ni problemas resueltos o modelos matemáticos que sean aplicables en los diferentes campos (A_2).

El 61% de Kdtes. están satisfechos con las ilustraciones y gráficos de los textos.

El 75 % de los alumnos valoran la importancia del texto por que orientan a pensar y razonar.

Los textos básicos de matemáticas refuerzan conocimientos y mejoran el aprendizaje de esta ciencia.

El 46.4 % expresan que los libros de matemáticas carecen de evaluaciones.

El 78.57% de los Kdts. Aprecian que los textos no tienen actividades que desarrollan destrezas mentales.

El 42.85% expresan que las definiciones y fórmulas son pocas comprensibles.

El 64,28% de los encuestados expresan que los textos no tienen orientaciones metodológicas.

El 62% de Kdts. consideran que los textos tienen limitaciones en evaluaciones.

ANALISIS DE ENCUESTAS APLICADAS A DOCENTES SOBRE LA UTILIZACION DE TEXTOS

Consideramos necesario auscultar criterios a los maestros sobre la utilización de textos guías de matemáticas mediante encuestas. (ver anexos B_1, B_2 y B_3), cuyos resultados son:

El 100% de profesores encuestados consideran que los textos de matemáticas, contribuyen al desarrollo del aprendizaje por sus contenidos científicos y actualizados.

El 89% aprecian que los textos guías no tienen enfoque del constructivismo social por la pobreza sus estrategias metodológicas.

El 67% de docentes reconocen la pobreza en orientaciones en métodos de aprendizaje.

El 78% de maestros expresan que los textos tienen auto – evaluaciones después de cada unidad.

El 56% de profesores manifiestan que los textos no desarrollan competencias intelectuales.

El 89% de profesores expresan que no deben cambiarse los textos.

Los profesores expresan que los textos solamente contienen el 30% de la malla curricular.

INTERPRETACIÓN DE ENCUESTAS A PADRES DE FAMILIA SOBRE LA UTILIZACIÓN DE TEXTOS DE MATEMÁTICAS

El triángulo educativo, considera al hogar parte importante en el quehacer educativo, para lo cual realizamos una investigación mediante un muestreo (ver anexos C_1, C_2 y C_3), cuyas conclusiones son las siguientes:

El 72% de padres de familia conocen los textos de matemáticas.

El 50% de padres de familia consideran que el texto de matemáticas constituye un recurso de apoyo Didáctico no reconocen como apoyo en el aprendizaje de las matemáticas.

El 50% de padres de familia consideran que sus hijos desarrollan solo 50% de los contenidos del texto.

El 57% de padres familia encuestados consideran que los ejercicios y problemas que llevan el texto son insuficientes.

El 53% de los padres encuestados aprecian que el lenguaje de los textos no es comprensivo.

Son utilizados solo el 50% parcialmente el 33% y a veces el 17%.

El 77% de padres de familia reconocen que los textos no contienen evaluaciones.

El 50% de padres de familia consideran que los contenidos científicos son de fácil comprensión.

El 53% de padres de familia consideran que los ejercicios y problemas del texto no están elaborados en orden de dificultades.

El 60% de padres de familia expresan que los textos no tienen ilustraciones y no están debidamente impresos.

El 63% de padres de familia valoran que los costos de textos de matemáticas compensan al beneficio que tienen sus hijos.

El 30% de padres de familia expresan que los contenidos programáticos están de acuerdo a la malla curricular.

El 60% de padres de familia expresan que los contenidos programáticos no están de acuerdo a la malla curricular.

INTERPRETACIÓN DE ENCUESTAS A AUTORIDADES SOBRE LA UTILIZACIÓN DE TEXTOS DE MATEMÁTICAS

Las políticas en todas las instituciones educativas son dirigidas por las autoridades, por esta razón fue necesario conocer sus criterios acerca de los textos guías de matemáticas (ver anexos D_1, D_2 y D_3), cuyas conclusiones son las siguientes:

EL 50% de autoridades conocen los textos de matemáticas y el 50% no conocen los textos en referencia, siendo necesarios que las autoridades se reúna en cada área y conozcan a fondo la forma y fondo de estos apoyos académicos.

Un 75% de autoridades realizan supervisión de texto, es decir la aplicación de este recurso didáctico a profesores y alumnos.

El 60% de autoridades consideran que los textos de matemáticas, desarrollan poca las destrezas y habilidades matemáticas.

El 80% de autoridades tienen poca comunicación con editoriales o distribuidoras de textos.

El 80% de los textos de matemáticas no tienen las actividades que promuevan la aplicación del constructivismo social, requiere de estrategias que determine competencias de aprendizaje.

El 90% de las autoridades valoran la capacidad de los maestros y consideran que están en capacidad de elaborar de textos.

El 75% de autoridades aprecian que todo texto de matemáticas orientan a la formación de valores, tanto en el orden responsabilidad, precisan en operaciones.

En cuanto a contenidos programáticos valoran que los textos de matemáticas contienen un 60% de la malla curricular.

2.3.3. Estudio de factibilidad

La lectura estadística con relación a ciertos parámetros, con respecto a la utilidad e importancia del texto en el proceso enseñanza – aprendizaje, refleja un marcado porcentaje negativo, en cuanto a: los textos no responden a un enfoque constructivista social, carece de orientaciones metodológicas; no alientan al desarrollo de competencias intelectuales; a la inconveniencia de cambio de textos año a año y finalmente un desajuste en la selección de contenidos académicos de la malla curricular, por su parte hay una tendencia que considera a un alto porcentaje la necesidad de contar con un texto de consulta en los salones de clase, los contenidos están actualizados, cuentan con auto evaluaciones e inducen a la motivación del aprendizaje de la matemática; por esta razón hemos elaborado un texto de consulta que reflejan y responden a los postulados del proyecto educativo institucional.

PARTE III

3. CONCLUSIONES

Tratando de suplir las falencias de los libros de matemáticas utilizados en los años lectivos anteriores y que corresponden a los diferentes editoriales, proponemos un texto específico que llene las necesidades del entorno inmediato y a la vez permita desarrollar el pensamiento lógico y formal que necesita el estudiante de primer año de bachillerato.

Todo esto sumado a nuestra experiencia docente adquirida en varios años, los seminarios de actualización científica y pedagógica nos permite elaborar un libro, que aporte al interés del estudio matemático de la juventud que se educa en el Liceo Naval.

3.1. Descripción del proceso de elaboración del texto

La Junta de área de profesores de CC. EE. En el mes de noviembre del 2005 conoció la suspensión de producción del texto álgebra de REES SPARKS REES y buscó en varias editoriales textos guías para este curso, pero ningún libro de matemáticas se ajustó a los contenidos programáticos, malla curricular y al modelo pedagógico implementado en el Liceo Naval.

Los profesores: Mesías Cevallos y Policarpo Villagómez que laboramos en esta institución, propusimos a las autoridades del plantel, nos permitan elaborar el proyecto de este libro para el primero de Bachillerato cuyo pedido fue aceptado (ver anexo G)

Para desarrollar este libro, se realizaron encuestas a la comunidad educativa liceísta, sobre la utilización del texto, las mismas, que una vez elaboradas, aplicadas, tabuladas y analizadas se obtuvo las siguientes apreciaciones:

- El texto básico de matemáticas de este curso no responde a los contenidos programáticos de las unidades educativas navales.
- Los libros actuales de matemáticas buscan formar al matemático mecánico y no al matemático crítico con razonamiento lógico.
- Se realizó varias reuniones en el área de CC. EE. con el fin de avalar las conclusiones de las encuestas, y la forma de la elaboración del texto.
- Se efectúo la búsqueda de la información teórica que sustente la propuesta de elaborar el libro, para lo cual se utilizó el método histórico lógico, psicológico pedagógico y didáctico con el fin de determinar los intereses y características propios de los adolescentes.

La sistematización y la globalización de los contenidos se hacen presentes en el momento de estructurar el texto.

De los métodos empíricos, la observación ha sido una fuente valiosa de información, ya que durante los últimos años se obtuvo experiencia a cerca de los textos básicos que nos ofertan las editoriales.

Una vez recogida la información seleccionamos objetivos, contenidos, estrategias y desarrollamos el primer borrador, el mismo que fue sometido, a la revisión por los asesores.

Este trabajo pasó a la comisión pedagógica del plantel la misma que emitió sus apreciaciones didácticas.

En el año 2006 se realizó el ensayo utilizando este primer borrador, obteniendo resultados satisfactorios. Actualmente estamos revisando, incluyendo las sugerencias de asesores, maestros, alumnos, para elaborar, el texto de matemáticas definitivo diseñado de manera didáctica y pedagógica, que su utilización resulte útil práctico y objetivo.

3.2. Desarrollo del proyecto

3.2.1. ESTRUCTURA DEL TEXTO

El texto de matemáticas consta de 7 capítulos, cada capítulo tiene objetivos específicos, unidades y sub-unidades, cada una de las temáticas tratadas tiene definiciones básicas de los contenidos programáticos ejercicios y problemas resueltos y propuestos, en orden de dificultades, se complementa el texto con auto-evaluaciones, test, ejercicios y problemas de creatividad que motiven al estudio de esta ciencia.

3.2.2. Objetivos Específicos

Cada capítulo tiene un propósito con formulación concreta que describe los logros que deben alcanzar los alumnos al finalizar la unidad didáctica o clase como resultado del aprendizaje, estos objetivos tratan de:

- Desarrollar el pensamiento lógico (demostrar teoremas, resolver problemas)
- Desarrollar valores (responsabilidad, honestidad, perseverancia, organización)
- Dar la herramienta para saber resolver problemas

Estos objetivos son:

- Reconocer los casos de factorizacíon, para operar y simplificar correctamente fracciones algebraicas.
- Aplicar las propiedades de potencias y radicales, para simplificar operaciones algebraicas.
- Resolver ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas en forma analítica y gráfica, para aplicar en diferentes problemas del entorno.
- Determinar intervalos de solución de las desigualdades, y aplicar en ejercicios y problemas.

- Interiorizar teoremas, fórmulas, figuras geométricas mediante ejercicios y gráficos para plantear y solucionar problemas prácticos.
- Definir sus funciones trigonométricas y aplicar en la solución de toda clase de triángulos y resolver problemas prácticos.
- Utilizar la inducción matemática para demostrar la validez de ciertos teoremas y series definidas para números positivos.

3.2.3. Contenidos del Proyecto

Capítulo 1. Factorización.- Aplicaciones.
Contiene variedades de ejercicios de factorizacíon, operaciones con fracciones de fácil comprensión (ver anexo E).

Capítulo 2. Exponentes y Radicales.
Abarca teoría de exponentes y radicales, sus principios, demostraciones y variedad de operaciones combinadas y sus aplicaciones (Ver Anexo F).

Capítulo 3. Ecuaciones Sistemas.
Se desarrolla las ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales, cuadráticas, en forma analítica y gráfica y de manera especial su aplicación en la economía y administración.

Capítulo 4. Desigualdades.
Hemos realizado un estudio minucioso de las desigualdades e inecuaciones con ejercicios y problemas resueltos en forma analítica y gráfica.

Capítulo 5. Geometría.
Realizamos una revisión de los elementos geométricos: ángulos, perímetro y superficie de planos; así como también; superficies y volúmenes de cuerpos geométricos utilizando gráficos con demostración de teoremas y enunciados.

Capítulo 6. Trigonometría.

Se realizó un estudio de los ángulos positivos negativos cuadrantales, simétricos, las funciones trigonométricas, sus aplicaciones en la resolución de triángulos rectángulos y oblicuángulos, aplicado en problemas prácticos y las demostraciones de las identidades trigonométricas fundamentales para elevar el conocimiento abstracto.

Capítulo 7. Inducción Matemática y Teorema del Binomio.

Esta última unidad dedicamos al estudio de la inducción matemática, para fortalecer los principios de la potenciación mediante el análisis en problemas prácticos.

3.2.4. METODOLOGÍAS Y TÉCNICAS DE APRENDIZAJE

Consideramos que los métodos son sistemas para conducir el proceso de enseñanza-aprendizaje en sentido lógico la teoría del conocimiento.

Todos los métodos están íntimamente relacionados con las funciones didácticas: diagnóstico, motivación, orientación hacia objetivos, tratamientos de las nuevas materias, sistematización, evaluaciones.

Para el desarrollo destrezas mediante la enseñanza-aprendizaje de los contenidos de matemáticas aplicamos los siguientes procesos:

- El aprendizaje de las matemáticas se realiza en orden de dificultades; concreto, sem.-abstracto y abstracto.
- Propiciar el trabajo grupal mediante el análisis crítico de contenidos y la solución de problemas y ejercicios ingeniosos.
- Se aplicará conocimientos matemáticos en actividades de la vida diaria y de manejo ambiental.

El Área de Ciencias Exactas recomendó la aplicación de los siguientes métodos para el aprendizaje de las matemáticas:

- Método Inductivo-deductivo.
- Método Heurístico.
- Métodos de la enseñanza Problémica.
- Estudios Dirigidos.
- Procedimientos Analíticos Sintéticos.
- Formas de Enseñanza: Trabajo individual, Trabajo grupal.
- Uso de materiales didácticos actualizados.
- Textos Guías adecuados.
- Evaluaciones debidamente planificadas.

La pedagogía contemporánea se dirige hacia la aplicación de juegos en la enseñanza por constituir un método efectivo dentro del proceso docente-educativo al estar presentes elementos de motivación, competencia, espontaneidad, participación y emulación.

Los maestros de matemáticas debemos estar concientes de las características de esta ciencia.

Método HEURÍSTICO es sinónimo de descubrimiento, y su utilización trata de que el estudiante ponga en juego sus capacidades para la resolución de problemas, especialmente en el área de Matemáticas. Implica el desarrollo de procesos lógicos y teóricos que son presentados por el profesor e investigados por los alumnos, quienes tienen la posibilidad de discutir los temas desde diferentes ángulos, permitiéndoles el enriquecimiento de las conclusiones.

ETAPAS
- → Presentación del problema.
- → Exploración de caminos.
- → Presentación de informes.
- → Fijación y refuerzos.
- → Evaluación.

El método heurístico consigue que el alumno aprenda a:

- **Razonar**: Pues sus conocimientos son producto de la comprensión reflexiva y del hacer lógico.

- **Aprender**: Las distintas formas que utiliza en la elaboración del conocimiento, refuerzan sus experiencias y los estimula para nuevos aprendizajes.

- **Conducirse**: Capacidad de discernir lo verdadero y lo útil, a escoger respuestas, y a tomar decisiones en base a distintos caminos mentales.

- **Independizarse**: El trabajo se realiza individual o colectivamente, sin el constante tutelaje del maestro.

El Método CIENTÍFICO: Debe emplearse especialmente en el estudio de las ciencias exactas (física) por su carácter experimental.

El profesor de los niveles básico y de bachillerato debe tener en presente en todo momento, que el método científico está destinado a la investigación científica en los niveles más altos, la Universidad, por ejemplo, donde es utilizado con mayor propiedad, seguridad y eficacia

ETAPAS
- → Observación y definición del problema.
- → Formulación de Hipótesis.
- → Recopilación de la información científica.
- → Comprobación de las Hipótesis.
- → Análisis de los resultados.

El Método ANALÍTICO: Del griego ANALYSIS, que significa descomposición. Se apoya en la concepción de que, para comprender un fenómeno, es necesario conocerlo en las partes que lo constituyen.

El Método SINTÉTICO: Del griego SYNTHESIS, que significa reunión. Proceso mental a través del cual se logra estructurar una idea o juicio completo, a partir de datos o elementos más simples en forma coherente.

- Es la forma mental, junto al análisis, más conveniente de obtener conceptos.

Técnicas didácticas como: lluvia de ideas, cuchicheo, corrillos, uso de materiales didácticos actualizados, evaluaciones debidamente planificadas.

Enseñar a través de problemas (ejemplo)

Aplicación del método Heurístico

Tema: Aplicación de la ley del coseno

Experiencias Previas.- Los alumnos conocen la ley del seno y las relaciones en el triángulos.

Presentación del Problema

Se desea construir un túnel recto a través de una montaña y se han medido las distancias entre los puntos de entrada y salida A y B del túnel a un tercer punto C fuera de la montaña. Si las distancias medidas son de 3 Km., y 4 Km. Respectivamente, y el ángulo que forman entre si es de 120º. ¿Qué longitud tendrá el túnel?

Exploración de caminos

Dibujar la figura de análisis.

Presentación de informes

Posibles soluciones.

Sugerencias de solución

Utilizando la ley del seno y las relaciones del triángulo, podemos demostrar que existe una fórmula que nos permite calcular el lado o ángulo desconocido de cualquier triángulo.

Fijación y Refuerzos

Resolución de diversos problemas relacionados con el tema, en forma individual o grupal.

Evaluación del problema propuesto
Demostración de la ley del coseno
Cálculo de ángulos y lados desconocidos de Triángulos oblicuángulos aplicando la ley del coseno.

3.2.5. EVALUACIÓN

Quizá unos de los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje más controvertido en la actualidad en lo que a educación se refiere, es precisamente la evaluación, porque todavía en nuestro país y en otros de América se otorga una calificación cuantitativa y la otra de conducta, como si pudiéramos dividirle al estudiante, resulta inconcebible que para la enseñanza seamos constructivitas y para la evaluación del aprendizaje somos conductista.

Nuestra Institución, apasionada por la innovación educativa, considera a la evaluación como un proceso continuo y sistemático, las evaluaciones acumulativas se realizan cada bimestre, en la que se incluye:

- Lecciones orales o actuaciones en clases.
- Lecciones escritas “Aportes”.
- Trabajo de investigación, laboratorio.
- Calificación de deberes.
- Prueba bimestral

Cada uno de estos parámetros se califica sobre 20 puntos, del mismo que se calcula un promedio.

El año escolar tiene 4 bimestre, dividido en 2 quimestres. Al final del año debe tener un promedio mínimo de 14 puntos (60% de la nota máxima) para aprobar el curso, en caso de no alcanzar este puntaje, se realiza una prueba complementaria.

Quisiera concluir la evaluación con una nota autobiográfica de Albert Eínstein[1] a propósito de los exámenes escritos: “para los exámenes había que embutirse todo ese material en la cabeza quisiera o no, semejante coacción tenía efectos tan espantosos, que tras aprobar el examen final se me quitaron las ganas de pensar en problemas científicos durante un año entero”.

3.2.6. TAREAS

Las tareas son retos del profesor a las posibilidades de que el alumno resuelva, una vez que el maestro está convencido que sus discípulos se han apropiadas de determinadas destrezas y conocimientos, que en alguna medida influyen en su comportamiento.

Con estos criterios y otros, nuestro texto dispone de ejercicios y problemas propuestos con tipologías distintas, con la finalidad que permita la movilidad del conocimiento para potenciar sus capacidades, a esto se suma: Test de conocimientos, auto evaluaciones, pruebas objetivas, pruebas por destrezas; para que el estudiante pruebe su grado de aprendizaje en esta ciencia.

---
[1] Albert Eínstein , Mitología de Enseñanza de la Matemática, Ecuador, Guayaquil, 2000

Todas estas tareas propuestas tienen calificación de acuerdo a los parámetros establecidos en nuestro reglamento Institucional.

Al finalizar cada unidad tiene soluciones, para que el alumno desarrolle diferentes procesos para verificar las respuestas.

3.3. PRESENTACIÓN DEL PRODUCTO CON BASES CIENTÍFICAS

Un texto elaborado con contenidos científicos y didácticos de acuerdo a las teorías y corrientes vigente (Socio constructivismo, pensamiento complejo, desarrollo de la creatividad, etc.).

El texto está orientado a un programa específico de primero de bachillerato, acorde con el currículo nacional tendiendo al desarrollo del pensamiento crítico – creativo.

Consideramos que este texto constituye una solución para el problema que origina este trabajo, contar con un texto que contenga el programa de este nivel, disminuye la utilización de varios libros para un mismo curso.

Los ejercicios y problemas planteados a través del texto, tienen la respuesta al finalizar cada capítulo, pero dichas respuestas deben servir para comprobar si el razonamiento o técnicas empleadas en su resolución son correctos, y no para trabajar basándose en ellas.

Nos hemos preocupado de seleccionar estrategias de medición de objetivos mediante la aplicación de test, auto-evaluación, ejercicios de ingenio.

Todos los conocimientos y actividades propuestas en el texto están encaminados al desarrollo del razonamiento y pensamiento lógico y lateral.

Los ejercicios y problemas son una de las características especiales del libro. Hay más de 200, ejemplos completamente resueltos. Todos estos ejercicios y problemas han sido pensados con propósito definidos. Que sirvan para ampliar y completar la comprensión del estudiante tanto de los conocimientos teóricos como de las aplicaciones prácticas

3.4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se realizó una evaluación de las encuestas aplicadas a autoridades, docentes, padres de familia y alumnos, cuyos resultados evidenciaron la necesidad de elaborar un texto de matemáticas para primer curso de bachillerato, el mismo que permita realizar una formación que oriente al desarrollo de aptitudes, habilidades y destrezas para resolver problemas de la vida cotidiana.

3.4.1. Conclusiones:

- El uso del texto posibilitó el aprendizaje significativo.
- El lenguaje del texto resultó de fácil comprensión para los alumnos y un instrumento práctico para los docentes.
- Si bien es cierto que hay cuidado en la selección de textos básicos de matemáticas, sin embargo, al parecer dichos textos buscan más formar al matemático mecánico, que al matemático crítico con razonamiento lógico.
- La evaluación de las encuestas nos indican también que los libros de matemáticas no motivan la aplicación del socio-constructivismo en la medida que exigen los objetivos de la educación moderna con proyección social.
- Está claro que en los resultados de las encuestas demuestran que no hay un vínculo necesario con los nuevos tratamientos de la asignatura, al no mantener una comunicación con editoriales que distribuyan libros actualizados de matemáticas.
- De las encuestas realizadas en la comunidad educativa liceístas, se evidenció la falta de un texto básico que responda estrictamente a los programas de las unidades educativas navales.

- El compromiso formal será actualizar permanentemente el texto de matemáticas de acuerdo a los nuevos horizontes educativos, porque ninguna obra humana es permanente y eterna

3.4.2. Recomendaciones:

- Se sugiere estandarizar el uso del lenguaje matemático para inducir a una buena interpretación de ejercicios y problemas que orienten al desarrollo del pensamiento lógico.
- Disponer de un texto, que contengan ejercicios y problemas que gradúen la capacidad de abstracción y razonamiento lógico del alumno, así como talleres de evaluaciones y de auto evaluaciones, que orienten el "aprender haciendo".
- Concientes que el nivel de calidad de la educación ecuatoriana es uno de los más bajos en Sudamérica por la aplicación de las corrientes educativas tradicionales, siendo necesario establecer cambios, que orienten el desarrollo del pensamiento lógico mediante la aplicación de las nuevas corrientes pedagógicas como el constructivismo social, con recursos didácticos (textos) que permitan el "aprender a aprender".
- Debe haber mayor apoyo por parte de las autoridades para que los profesores puedan elaborar textos guías, ya que la encuesta deja entrever que hay docentes idóneos por su experiencia y preparación científica y pedagógica.
- Por lo anteriormente expuesto hemos elaborado un texto de consulta que cubra todas las unidades curriculares, con estrategias didácticas que permitan potenciar el razonamiento, la creatividad y valores para alcanzar el perfil del cadete de primer año de bachillerato.
- El texto ofrece en cada temática, varios ejercicios y problemas resueltos dispuestos de modo especial, lo que asegura que los alumnos lean, revisen, se orienten para desarrollar los ejercicios y problemas propuestos.
- Creemos haber aportado, en este texto, nuestro esfuerzo personal y nuestra experiencia de muchos años de docencia, con la esperanza de que el profesor de nivel medio se sirva de estos conocimientos para orientar su labor didáctica en la obtención del noble fin de la superación constante.

- Procurar utilizar todos los contenidos y actividades propuestas a fin de evaluar con alumnos y maestros y así buscar alternativas para mejorar el aprendizaje de esta ciencia.
- Invitar a todos los educadores, a transcribir sus experiencias docentes para mejorar la calidad de enseñanza de aprendizaje porque estamos convencidos que solo los educadores realizaremos el verdadero cambio educativo de nuestro país.

Glosario:

Álgebra. – Rama de las matemáticas en la cual se utilizan símbolos para representar números o variables en operaciones aritméticas.

Algoritmo. – Procedimiento mecánico para efectuar un cálculo dado o resolver un problema en una sucesión de etapas. Un ejemplo es el método corriente de división por etapas. Otro es el algoritmo de Euclides para hallar el máximo común divisor de dos enteros positivos.

Asimetría. – Grado de la ausencia de simetría en una distribución. Si la curva de frecuencia tiene una larga cola hacia la derecha (izquierda) y una cola corta hacia la izquierda (derecha) se dice asimétrica hacia la derecha (izquierda) o de asimetría positiva (negativa).

Canónica. – **Forma** (forma normal) En el álgebra de matrices, es la matriz diagonal obtenida por una serie de transformaciones de otra matriz cuadrada del mismo orden. .

Cerrado. – **Conjunto**. Conjunto en el cual se incluyen los límites que los definen. El conjunto de los números racionales mayores o iguales que 0 y menores o iguales que 10, lo cual se escribe $\{x: 0 \leq x \leq 10; x \in R\}$.

Cónica. – Curva plana definida de tal modo que todos los puntos de la curva disten de un punto fijo (el foco) y de una recta fija (la directriz).

Conjugados. – **Números Complejos.** Son dos números complejos de la forma x + i.e. y x – i.e. que multiplicados dan un producto real: $x^2 + y^2$.

Convexa. – Curvada hacia fuera. Por ejemplo la superficie externa de una esfera es convexa.

Figura. – Combinación de puntos, líneas, curvas o superficies. Los círculos, los cuadrados, los triángulos, son figuras planas; las esferas, conos, cubos y pirámides son figuras sólidas.

Inscrito. –
Círculo: Tangente a todos los lados de un polígono convexo.
Polígono: Polígono cuyos vértices están sobre un círculo.

Intersección. – 1. Punto en el que se cruzan varias líneas. Conjunto de puntos que tienen en común dos o más figuras geométricas.

2. En teoría de conjuntos, es el conjunto de los elementos comunes a dos o más conjuntos.

Irracional. – Número que no se puede escribir como cociente de dos enteros.

Oblicuángulo. – Triángulo que no contiene un ángulo recto.

Operador. – Símbolo que denota una operación o función matemática.

Ordenada. – Coordenada vertical (y) en un sistema bidimensional de coordenadas cartesianas rectangulares.

Parábola. – Cónica con excentricidad igual a 1.

Péndulo. – Cuerpo que oscila libremente bajo la acción de la gravedad.

3.1.4. BIBLIOGRAFÍA

Allen R. Angel	**Algebra Elemental editorial Pe arzón en México 1994**
Ally J. Washington	**Fundamentos de Matemáticas con Cálculo, Fondo Educativo Interamericano, E. U. A, 1983**
Unfussy Austin	**Trigonometría rectilínea, editorial progreso, S.A. México 1967.**
Ayres Frank Jr., Moyer Robert.	**Trigonometría, editorial McDRAW-HILL, MEXICO EN 1991.**
Barnett Raymond	**Algebra y Trigonometría, editorial MCGRAW-HILL en México 1988.**
Boyle Patrick	**Trigonometría con aplicaciones, editorial Rala, México 1990**
Britton Jack, Belo Ignacio.	**Algebra y Trigonometría contemporánea, Editorial Rala, México en 1817**
Calabacee G., Rosero T., Acelga M.	**Geometría, editorial profesores del ICBM. Escuela Politécnica Nacional, Ecuador-Quito en 1968.**
Dolciani	**Algebra moderna y trigonometría, editorial PASA. en México 1976**
García Arderá M.	**Ejercicios y problemas de algebra editorial Hernando, Arenal en Madrid 1921.**
Cobran Alfonso	**Algebra elemental, grupo editorial Iberoamericana, México 1990**
González M. O. Mancill J. D.	**Algebra elemental moderna. Editorial kapelusz. Argentina-Buenos Aires en 1962.**
Hall y Night	**Ejercicios de algebra superior, editorial Hispano Americana en México en 1949.**
Hooper Alfred, Griswold Alice	**Algebra, editorial Avisón Desleí Longman en México en 1998.**
Lehman Charles	**Algebra, editorial Limaza, México en 1987**

Lei hold Louis	**Matemática previas al calculo, editorial Rala en México en 1989**
Lipschtuz Seymour	**Algebra Lineal Editorial McGRAW- HILL en Bogota Colombia en 1971**
Londoño Nelson, Vedota Hernando	**Matemática Progresiva 4 editorial norma en Bogota-Colombia en 1762**
Lovaglia Flórense	**Algebra Lovaglia editorial Rala. México en 1817.**
Marqués de Mondéjar	**Geometría, editorial Bruño en Madrid 1978**
Obonaga G. Edgar, Pérez A Jorge, Caro M. Víctor.	**Matemática 4 Algebra y Geometría, editorial Pime LTDA. Colombia en 1984.**
Rees Rail, Sparks Frees, Sparks Ross Charles.	**Algebra editorial McGRAW-HILL, México en 1991**

OK. Revisado la literatura del contenido de la propuesta en toda su dimensión.

¡Adelante!, buen viento y buena mar.

Anexos

ANEXO A_1

ENCUESTA PARA LOS ALUMNOS DEL....

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EMPRESARIAL DE GUAYAQUIL

ESCUELA DE POSTGRADO Y ESTUDIO A DISTANCIA

Encuesta elaborada por los ALUMNOS:
Ingeniero Mesías Cevallos, Lcdo., Policarpo Villagómez
INVESTIGACIÓN SOBRE LA UTILIZACIÓN DE TEXTOS MATEMATICOS

EL OBJETIVO DE LA PRESENTE ENCUESTA ES CONOCER SU OPINIÓN A CERCA DEL TEXTO BÁSICO QUE USTED UTILIZA EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS

AUTORIDADES ( ) PADRES DE FAMLIA ( ) ALUMNOS(X)

Institución Liceo Naval

Muestra:...Fecha:......................................

1) ¿Los textos de matemáticas que utilizaste son motivadores y te induce el estudio de las matemáticas?
   SI ( ) NO ( )
2) ¿El libro de matemáticas dispone de suficientes ejercicios resueltos?
   SI ( ) NO ( )
3) ¿El texto básico que actualmente utilizas, dispone de ilustraciones gráficas, correctamente impresas?
   SI ( ) NO ( )
4) ¿Los ejercicios y problemas del texto de matemáticas te guían a pensar y razonar?
   SI ( ) NO ( )
5) ¿Consideras, que el libro de matemáticas te ayuda a mejorar en el estudio de esta ciencia?
   Si ( ) NO ( )
6) ¿Tu libro de matemáticas tiene evaluaciones después de cada capítulo?
   Si ( ) NO ( )
7) ¿El texto de matemáticas, contiene juegos matemáticos o algo que constituye un reto para el estudiante?
   SI ( ) NO ( )
8) ¿Las definiciones y deducciones de fórmulas que dispone el libro de matemáticas son comprensibles?
   SI ( ) NO ( )
9) ¿Se han utilizado los textos guías de matemáticas en los diversos cursos?
   Parcial ( ) Total ( ) A veces ( )
10) ¿El texto de matemáticas que utilizas tiene orientaciones metodológicas?
   SI ( ) NO ( )
11) ¿El libro de matemática, dispone de suficientes ejercicios y problemas propuestos?
   SI ( ) NO ( )

ANEXO A_2

TABULACIÓN DE LA ENCUESTA APLICADA A LOS ALUMNOS

Nº	PREGUNTAS	ALTERNATIVAS					
		SI	%	NO	%	BLANCO	%
1.	¿Los textos de matemáticas que utilizaste son motivadores y te induce al estudio de la materia?	14	50	14	50		
2.	¿El libro de matemáticas dispone de suficientes ejercicios resueltos?	11	39	17	61		
3.	El texto básico que actualmente utilizas, dispone de ilustraciones gráficas, correctamente impresas?	17	61	11	39		
4.	Los ejercicios y problemas del texto de matemáticas te guían a pensar y razonar?	21	75	7	25		
5.	Consideras que el libro de matemáticas te ayuda a mejorar en el estudio de esta ciencia?	19	68	9	32		
6.	Tu libro de matemáticas tiene evaluaciones después de cada capítulo?	15	54	13	46		
7.	El texto de matemáticas contiene juegos matemáticos o algo que constituye un reto para el estudiante?.	6	21	22	79		
8.	Las definiciones y deducciones de fórmulas que dispone el libro de matemáticas son comprensibles?.	15	54	12	43		
9.	Se han utilizado los textos guías de matemáticas en los diversos cursos?.	3	11	7	25		
10	El libro de matemáticas que utilizas tiene orientaciones metodológicas?.	10	36	18	64		
11	El libro de matemáticas dispone de suficientes ejercicios y problemas propuestos?.	20	71	8	29		
12	TOTAL ENCUESTADOS	28					

ANEXO A_3

GRÁFICO DE LOS RESULTADOS DE LAS ENCUESTAS APLICADAS A LOS ALUMNOS

ANEXO B_1

MODELO DE LA ENCUESTA APLICADA A LOS PROFESORES

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EMPRESARIAL DE GUAYAQUIL

ESCUELA DE POSTGRADO Y ESTUDIO A DISTANCIA

Encuesta elaborada por los profesores:
Ingeniero Mesías Cevallos, Lcdo., Policarpo Villagomez
INVESTIGACIÓN SOBRE LA UTILIZACIÓN DE TEXTOS MATEMATICOS

EL OBJETIVO DE LA PRESENTE ENCUESTA ES CONOCER SU OPINIÓN A CERCA DEL TEXTO BÁSICO QUE USTED UTILIZA EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS

Profesores (x) Autoridades educativas ( ) Kdts. Liceístas ( )
Institución Liceo Naval
Muestra:...Fecha:...................................

1. ¿Considera que los textos matemáticos contribuyen al desarrollo del aprendizaje?
   SI ( ) NO ( )
2. ¿Los textos de matemáticas que utiliza en los cursos donde labora, tienen enfoque constructivista social?
   SI ( ) NO ( )
3. ¿Los libros de matemática tienen contenidos científicos actualizados?.
   SI ( ) NO ( )
4. ¿Los textos de matemáticas básicos de los diferentes cursos, tienen orientaciones metodológicas?.
   SI ( ) NO ( )
5. ¿Los textos de matemáticas tienen al final de cada unidad, autoevaluaciones?
   SI ( ) NO ( )
6. ¿Considera usted que los textos de matemáticas contribuyen al desarrollo de competencias intelectuales?
   SI ( ) NO ( )
7. ¿Considera usted que es conveniente cambiar los textos de los diferentes cursos cada año?.
   SI ( ) NO ( )
8. ¿Los textos básicos que se utilizan, motivan al estudio de la matemática?
   SI( ) NO( )
9. ¿Cree usted que los textos matemáticos contribuyen a la formación de matemáticas?.
   SI( ) NO( )
10. ¿En qué porcentaje los contenidos programáticos de la malla curricular, se ajustan los contenidos del texto básico?.
    SI( ) NO( )

ANEXO B_2

TABULACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LAS ENCUESTAS APLICADAS A LOS DOCENTES DE MATEMÁTICAS

Nº	ASPECTOS A EVALUARSE	ALTERNATIVAS					
		SI	%	NO	%	BLANCO	%
1.	¿Considera que los textos matemáticos contribuyen al desarrollo del aprendizaje?	9	100				
2.	¿Los textos de matemáticas que utiliza en los cursos donde labora, tienen enfoque constructivista social?	1	11	8	89		
3.	¿Los libros de matemática tienen contenidos científicos actualizados?.	9	100		0		
4.	¿Los textos de matemáticas básicos de los diferentes cursos, tienen orientaciones metodológicas?.	3	33	6	67		
5.	¿Los textos de matemáticas tienen al final de cada unidad, autoevaluaciones?	7	78	2	22		
6.	¿Considera usted que los textos de matemáticas contribuyen al desarrollo de competencias intelectuales?	3	33	5	56		
7.	¿Considera usted que es conveniente cambiar los textos de los diferentes cursos cada año?.	1	11	8	89		
8.	¿Los textos básicos que se utilizan, motivan al estudio de la matemática?	5	56	3	33		
9.	¿Cree usted que los textos matemáticos contribuyen a la formación de matemáticas?.	3	33	5	56		
10.	¿En qué porcentaje los contenidos programáticos de la malla curricular, se ajustan los contenidos del texto básico?.	3	33	60 % 4	44		
	TOTAL ENCUESTADOS						

ANEXO B_3

GRAFICACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LAS ENCUESTAS APLICADAS A LOS DOCENTES DE MATEMÁTICAS

ANEXO C_1

ENCUESTA APLICADA A LOS PADRES DE FAMILIA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EMPRESARIAL DE GUAYAQUIL

ESCUELA DE POSGRADO Y EDUCACIÓN A DISTANCIA

EL OBJETIVO DE LA PRESENTE ENCUESTA ES CONOCER SU OPINIÓN A CERCA DEL TEXTO BÁSICO QUE USTED UTILIZA EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS

Padres de Familia (x) Autoridades educativas ( ) Kdts. Liceístas ( )

Institución Liceo Naval

Muestra:..Fecha:...................................

11. ¿Conoce los libros de matemáticas, que usó su hijo, en la educación secundaria?
    SI ( ) NO ( )
12. ¿El libro de matemáticas que utilizó su hijo, fue material de apoyo para el desarrollo de los temas tratados en clases?
    SI ( ) NO ( )
13. ¿Considera Ud. que los textos de matemáticas contienen ejercicios y problemas suficientes para retro-alimentar conocimientos?
    SI ( ) NO ( )
14. ¿El texto básico de matemáticas que emplea su hijo, tiene lenguaje comprensivo?
    SI ( ) NO ( )
15. ¿Fueron utilizados los textos de matemáticas asignados a sus hijos?
    ( ) Parcialmente ( ) Totalmente ( ) A veces
16. ¿Los textos de matemáticas contienen evaluaciones después de cada capitulo?
    SI ( ) NO ( )
17. ¿Los contenidos científicos de los textos de matemáticas son de fácil comprensión?
    SI ( ) NO ( )
18. ¿Los ejercicios–problemas de los textos matemáticos son elaborados en orden de dificultades?
    SI( ) NO( )
19. ¿Los textos de matemáticas, tienen ilustraciones y están debidamente impresos?
    SI( ) NO( )
20. ¿Los costos de los textos de matemáticas compensan al beneficio que obtienen sus hijos?
    SI( ) NO( )
21. ¿Está usted de acuerdo que se cambie el texto de matemáticas cada año?

SI( ) NO(

ANEXO C_2

TABULACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LAS ENCUESTAS APLICADAS A LOS PADRES DE FAMILIA

Nº	ASPECTOS A EVALUARSE	ALTERNATIVAS						
		SI	%	NO	%	BLANCO	%	
1.	¿Conoce los libros de matemáticas que usó su hijo en la educación secundaria?	22	73	8	27			
2.	¿El libro de matemáticas que utilizó su hijo, fue material de apoyo para el desarrollo de los temas tratados en clases?.	15	50	15	50			
3.	¿Considera usted que los textos de matemáticas contienen ejercicios y problemas suficientes para retroalimentar conocimientos?.	13	43	17	57			
4.	¿El texto básico de matemáticas que emplea su hijo, tiene lenguaje comprensivo?.	14	47	16	53			
5.	¿Fueron utilizados los textos de matemáticas asignados a sus hijos?.	PARCIALMENTE 15	0	TOTALMENTE 10		A VECES 5	17	
6.	Los textos de matemáticas contienen evaluaciones después de cada capítulo?	7	23	23	77			
7.	¿Los contenidos científicos de los textos de matemáticas son de fácil comprensión?.	15	50	15	50			
8.	¿Los ejercicios-problemas de los textos matemáticos son elaborados en orden de dificultades?.	14	47	16	53			
9.	¿Los textos de matemáticas tienen ilustraciones y están debidamente impresos?.	12	40	18	60			

10.	¿Los costos de los textos de matemáticas compensan al beneficio que obtienen sus hijos?.	19	63	11	37			
11.	¿Está usted de acuerdo que se cambie el texto de matemáticas cada año?.	18	60	12	40			
12.	¿En qué porcentaje los contenidos programáticos de la malla curricular se ajustan a los contenidos del texto básico?.	30% 10	33	60 10	33	80% 10	33	
	TOTAL ENCUESTADOS	30						

ANEXO C_3

GRAFICACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LAS ENCUESTAS APLICADAS A LOS PADRES DE FAMILIA

EVALUACION DE TEXTO
RESULTADOS DE ENCUESTA APLICADA A PADRES DE FAMILIA (30)

ANEXO D_1

ENCUESTA APLICADA A LOS DIRECTIVOS

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EMPRESARIAL DE GUAYAQUIL

ESCUELA DE POSTGRADO Y ESTUDIO A DISTANCIA

Encuesta elaborada por los profesores:

Ingeniero Mesías Cevallos, Lcdo., Policarpo Villagomez

INVESTIGACIÓN SOBRE LA UTILIZACIÓN DE TEXTOS MATEMATICOS

EL OBJETIVO DE LA PRESENTE ENCUESTA ES CONOCER SU OPINIÓN A CERCA DEL TEXTO BÁSICO QUE USTED UTILIZA EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS

DIRECTIVOS (X) PADRES DE FAMLIA ( ) ALUMNOS ( )

Institución Liceo Naval

Muestra:...Fecha:..................................

1) ¿Conoce usted sobre la selección de textos de matemáticas por los profesores de C. C. EE.?
   SI ( ) NO ( )
2) ¿Realiza supervisión a los profesores, sobre el uso del texto de matemáticas?
   SI ( ) NO ( )
3) ¿Realiza supervisión a los alumnos, si utilizan el texto básico de matemáticas?
   SI ( ) NO ( )
4) ¿Cree usted que los libros de matemáticas que utilizan los profesores y alumnos, desarrollan destrezas y razonamiento lógico?
   SI ( ) NO ( )
5) ¿Mantiene comunicación con editoriales que distribuyen libros actualizados de matemáticas?
   SI ( ) NO ( )
6) ¿Realizan evaluaciones constantes de textos de matemáticas en los diferentes niveles?
   SI ( ) NO ( )
7) ¿Ha solicitado a expertos en matemáticas analizar los contenidos científicos y pedagógicos de textos de matemáticas?
   SI ( ) NO ( )
8) ¿Los textos de matemáticas que utilizan en el plantel, aportan al constructivismo social?
   SI ( ) NO ( )
9) ¿Considera usted, que los profesores de matemáticas del plantel están en capacidad de elaborar textos guías para los diferentes cursos?
   SI( ) NO( )
10) ¿Cree usted que los textos de matemáticas, contribuyen a la formación de valores en los educandos?
    SI ( ) NO ( )
11) ¿En qué porcentaje, los contenidos programáticos de la malla curricular, se ajustan a los contenidos del texto básico?
    30% ( ) 60% ( ) 80% ( )

ANEXO D_2

TABULACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LAS ENCUESTAS APLICADAS A LOS DIRECTIVOS

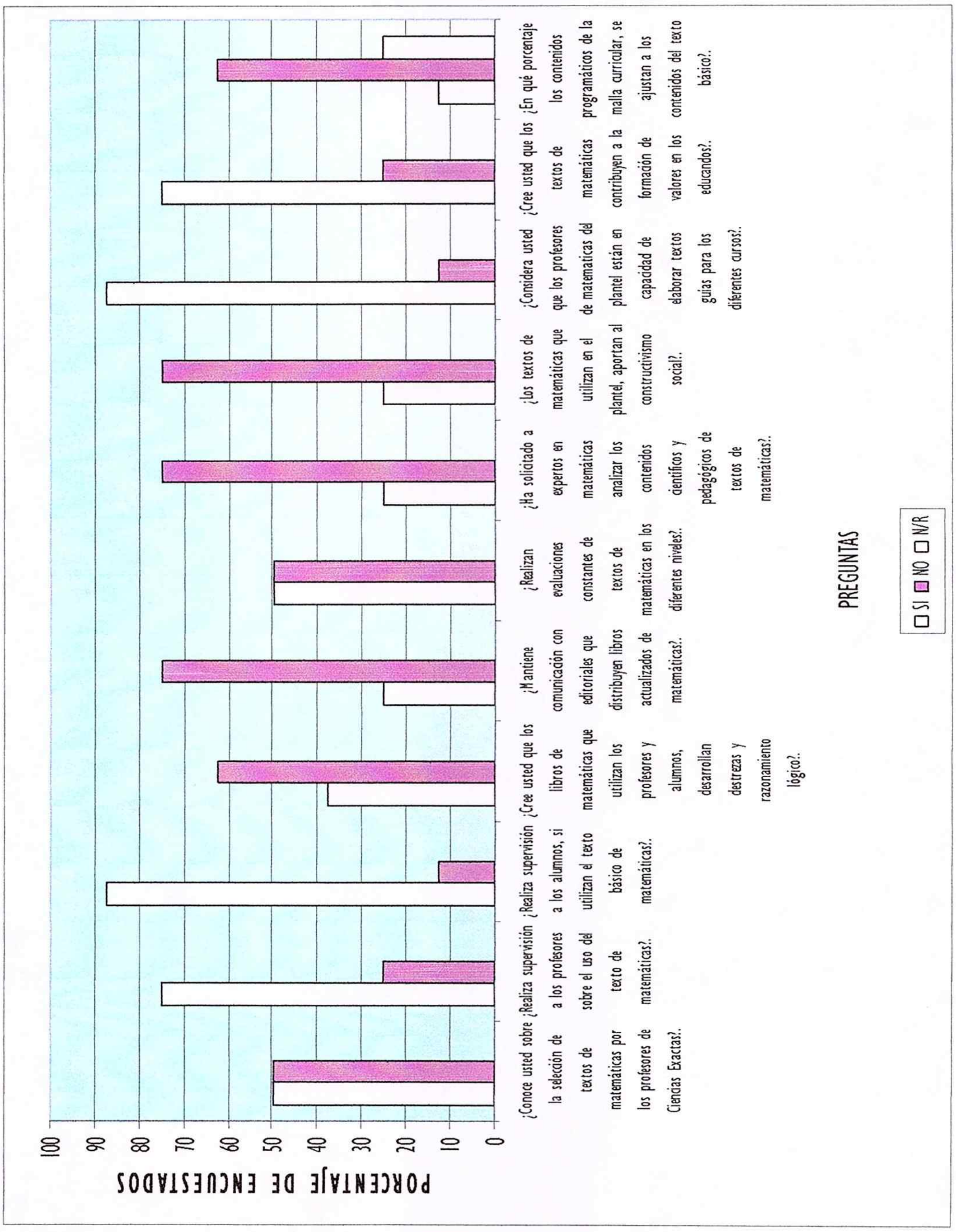
Nº	ASPECTOS A EVALUARSE	ALTERNATIVAS							
		SI	%	NO	%	BLANCO	%		
1.	¿Conoce usted sobre la selección de textos de matemáticas por los profesores de Ciencias Exactas?.	4	50	4	50				
2.	¿Realiza supervisión a los profesores sobre el uso del texto de matemáticas?.	6	75	2	25				
3.	¿Realiza supervisión a los alumnos, si utilizan el texto básico de matemáticas?.	7	88	1	13				
4.	¿Cree usted que los libros de matemáticas que utilizan los profesores y alumnos, desarrollan destrezas y razonamiento lógico?.	3	38	5	63				
5.	¿Mantiene comunicación con editoriales que distribuyen libros actualizados de matemáticas?.	2	25	6	75				
6.	¿Realizan evaluaciones constantes de textos de matemáticas en los diferentes niveles?.	4	50	4	50				
7.	¿Ha solicitado a expertos en matemáticas analizar los contenidos científicos y pedagógicos de textos de matemáticas?.	2	25	6	75				

8.	¿Los textos de matemáticas que utilizan en el plantel, aportan al constructivismo social?.	2	25	6	75				
9.	¿Considera usted que los profesores de matemáticas del plantel están en capacidad de elaborar textos guías para los diferentes cursos?.	7	88	1	13				
10.	¿Cree usted que los textos de matemáticas contribuyen a la formación de valores en los educandos?.	6	75	2	25				
11.	¿En qué porcentaje los contenidos programáticos de la malla curricular, se ajustan a los contenidos del texto básico?.	30% 1	13	60% 5	63	80% 2	25		
12.									

ANEXO D_3

GRAFICACIÒN DE LOS RESULTADOS DE LAS ENCUESTAS APLICADAS A LOS DIRECTIVOS

EVALUACION DE TEXTO
RESULTADOS DE ENCUESTA APLICADA A AUTORIDADES



ANEXO E

CAPITULO 1

FACTORIZACION. APLICACIONES

Las técnicas de factorización y la simplificación de fracciones constituyen herramientas básicas de los capítulos posteriores de allí que su dominio es fundamental.

Objetivos:

- Al concluir el capítulo el alumno será capaz de:
- Reconocer los casos de factorización y combinar los mismos para descomponer en factores primos un polinomio.
- Operar y simplificar correctamente fracciones algebraicas para reducirlas a la mínima expresión.
- Discernir los procesos de solución más idóneos en función de los conocimientos teóricos y la práctica del pensamiento crítico y creativo para resolver ejercicios y problemas de mayor dificultad e ingenio.

1. Diagnóstico y nivelación de conocimientos.

1.1. Descomposición en factores.

1.1.1. Factorización de polinomios.

a. $28m^2n^2 + 14m^3n^2 - 21m^3n^4$ Factor común monomio: m.c.d. $7m^2n^2$
$7m^2n^2(4 + 2m - 3mn^2)$.

b. $(a + 3)\,x^2 + (a + 3)\,y^2$. Factor común polinomio
$(a + 3)\,(x^2 + y^2)$.

c. $x^2 - xy - 4x + 4y$. ó Factor común por agrupación de términos.

$(x^2 - xy) - (4x - 4y)$ $\quad$ $(x^2 - 4x) - (xy - 4y)$
$x(x - y) - 4(x - y)$ $\quad$ $x(x - 4) - y(x - 4)$
$(x - y)(x - 4).$ $\quad$ $(x - 4)(x - y).$

d. $3xy - 2xz - 3ay + 2az.$
$(3xy - 2xz) - (3ay - 2az)$ ó $\quad$ $(3xy - 3ay) - (2xz - 2az)$
$x(3y - 2z) - a(3y - 2z)$ $\quad$ $3y(x - a) - 2z(x - a)$
$(3y - 2z)(x - a).$ $\quad$ $(x - a)(3y - 2z).$

1.1.2. Factorización de binomios.

a. $9x^4 - 16y^8$ $\quad$ **Diferencia de cuadrados**
$(3x^2 + 4y^4)(3x^2 - 4y^4)$

b. $x^4z^8 - 16y^{12}$
$(x^2z^4 + 4y^6)(x^2z^4 - 4y^6).$ $\quad$ **La respuesta debe darse en factores primos.**
$(x^2z^4 + 4y^6)(xz^2 + 2y^3)(xz^2 - 2y^3)$

c. $8x^3 + y^6.$ $\quad$ **Suma de potencias impares iguales**
$(2x)^3 + (y^2)^3$
$(2x + y^2)[(2x)^2 - (2x)(y^2) + (y^2)^2]$
$(2x + y^2)(4x^2 - 2xy^2 + y^4)$

d. $32x^5 - y^5.$ $\quad$ **Diferencia de potencias impares iguales.**
$(2x)^5 - (y)^5$
$(2x - y)[(2x)^4 + (2x)^3(y) + (2x)^2(y)^2 + (2x)(y)^3 + y^4].$
$(2x - y)(16x^4 + 8x^3y + 4x^2y^2 + 2xy^3 + y^4).$

1.1.3. Factorización de trinomios.

a. $2x^2 + 7x + 3.$ $\quad$ **Trinomio general.**

$$\begin{array}{cc} 2 & +1 \\ \underline{1} & \underline{+3} \\ 2 & 3 \end{array} \quad +6 + 1 = 7$$

$(2x + 1)(x + 3)$

b. $25 - 10t + t^2.$ $\quad$ **Trinomio cuadrado perfecto.**

$$\begin{array}{ccc} 25 & -10t & +t^2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5 & 2(5)(t) & t \end{array}$$

$(5 - t)^2.$

$$\begin{array}{cc} 5 & -t \\ \underline{5} & \underline{-t} \\ 25 & t^2 \end{array} \quad -5t - 5t = -10t.$$

c. $m^2 + 13m - 90.$ $\quad$ **Trinomio de la forma x^2 + bx + c.**

$(m + 18)(m - 5)$

$$\begin{array}{cc} 1 & +18 \\ \underline{1} & \underline{-5} \\ 1 & -90 \end{array} \quad 18 - 5 = 13$$

d. $4x^2 - 16x + 15.$ $\quad$ **Trinomio de la forma ax^2 + bx + c.**

$$\frac{(4x)^2-16(4x)+60}{4}$$

$$\frac{(4x-10)(4x-6)}{4}=(2x-5)(2x-3)$$

1.1.4. Factorización por evaluación.

a. $x^3-3x^2+4.$

$$\begin{array}{rrrr|l} 1 & -3 & 0 & +4 & 2 \\ & +2 & -2 & -4 & x=2 \longrightarrow (x-2)(x^2-x-2) \\ \hline \multicolumn{3}{l}{\underbrace{1x^2-1x-2}_{\text{Factor degradado}}} & 0 & (x-2)(x-2)(x+1) \end{array}$$

b. $4x^3-12x^2+11x-6.$

$$\begin{array}{rrrr|l} 4 & -12 & +11 & -6 & 2 \\ & +8 & -8 & +6 & x=2 \quad (x-2)(4x^2-4x+3) \\ \hline 4 & -4 & +3 & 0 & \end{array}$$

$4x^2-4x+3$

Ejercicios Propuestos Grupo 1.1:

1) $10a^2bx^2+15a^3b^2x^3-30a^2b^4x^5.$
2) $28\,m^3n^2+42\,m^2n^3-70m^4n^4.$
3) $4x^6y^2z^4-8x^5y^3z^4+16x^6y^4z^3.$
4) $(a+b)x-(a+b)y-(a+b)z.$
5) $(m+n)(x-y)-(m+n)z.$
6) $(a-b+c)x-(a-b+c)y.$
7) $a^2-ab+a-b.$
8) $6uv-12ux-5vw+10wx.$
9) $ax-bx+cx-ay+by-cy.$
10) $400x^2-0.36y^{10}.$
11) $(x+y)^2-(w-z)^2.$
12) $(a-b)^4-16.$
13) $a^3-8b^3.$
14) $m^6+64n^9.$
15) $(x+y)^3-(x-z)^3.$
16) $32x^5-1.$
17) $x^{10}-y^{10}.$
18) $128x^{14}y^7+z^{21}.$
19) $25a^2+10ax+x^2.$
20) $(x-y)^2-6(x-y)z+9z^2.$
21) $16y^4-8(x-z)y^2+(x-z)^2.$
22) $x^2-2x-15.$
23) $x^4+7x^2y+12y^2.$
24) $(x-y)^2-0.8(x-y)+0.15.$
25) $6a^2-7a+2.$

26) $31xy - 5x^2 - 6y^2$.
27) $2(a - b)^2 - 13(a - b)(a + c) + 6(a + c)^2$
28) $x^3 - 12x + 16$.
29) $6x^3 + 23x^2 + 9x - 18$.
30) $s^4 - 15s^2 - 10s + 24$

1.1.5. PROBLEMAS DE APLICACIÓN

31. ¿La superficie de un rectángulo está representado por la expresión $Y^2 - 9y + 18$ uno de sus lados es la presión (y-6) ¿Con que expresión se representa el otro lado? Rp. Y-3

32. ¿Cuál es la base y altura de un plano rectangular cuya Área es $15x^2 + 38x - 21$ Rp. $(a + 3)(15a - 7)$

33. Si el ancho de una plano rectangular es (x-3) y su área es $x^3 - 27$, que valor tiene su longitud. RP (x^2+3x+9)

34. ¿Cuáles son los factores primos de la expresión $a^4 - 80 - a^0$?
RP $(X^2 + 9)(X+3)(X-3)$

35. Al factorizar la expresión $x^{3n} - 8x^n + 7x^{2n}$ uno de los factores es $(x^n - 1)$ los otros factores son............ RP $x^n(x^n + 8)$

36. La fortuna de un industrial esta representada por la expresión algebraica $x^7 + x^4 - 81x^3 - 81$ si reparte a 4 hijos ¿Qué factores corresponde a cada heredero?
RP $(X + 1)(X^2 - X + 1)(X+3)(X-3)$

37. Al factorizar la expresión a4 + 4b4 se obtiene:
a) $(a^2 + 2b^2)(a^2+2b^2)$ B) $(a^2+2b^2)(a^2-2b^2)$ c) $(a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab)$ D) $(a + 2b)(a^3-2a^2b+2ab^2-b)$

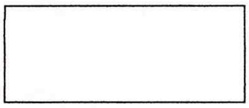
38. Los factores del polinomio x3 -2x6 – 5x+ 6 son
a) $(x - 1)(x + 2)(x - 3)$ c) $(x-1)(x+3)(x-6)$
b) $(x + 1)(x - 2)(x + 3)$ d) $(x+1)(x-3)(x+6)$

39. El número de termino en desarrollo de [(a + 2b)2 (a-2b)2]2, cuando se simplifica es:
a) 4 b) 5 c) 6 d) 8

40. La factorizacíon de x3 – x2 – x +1 es:
a) $(x-1)(x+1)^2$ b) $(x^2-1)(x+1)$ c) $(x-1)^2(x+1)$
d) $(x-1)(x^2+1)$

41. Escribir $\dfrac{5x^2 - 2xy}{X^2 + y^2}$ como diferencia de dos expresiones racionales cada una con un múltiple de y en el numerador.

42. Encontrar el área de la figura



$$\frac{a^2 - 7a + 12}{a^2 - 11a + 18}$$

$$\frac{a^2 - 7a + 12}{a^2 - 11a + 18}$$

RE $\frac{a - 4}{a - 9}$

43. El perímetro de un triángulo escaleno $\frac{6x-1}{X^2 -2x-3}$ de dos sus lados valen $\frac{3x}{x^2 -2x-3}$ y $\frac{2}{x - 3}$ ¿Cuál es el valor del tercer lado?

RP $\frac{1}{X+ 1}$

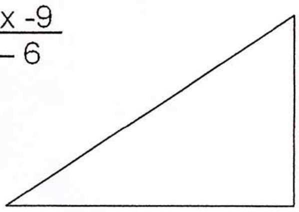
44. La corriente en un circuito eléctrico simple se obtiene dividiendo el voltaje entre la resistencia. Dado que el voltaje y la resistencia en cierto circuito están expresado en función del tiempo como:

$V= \frac{5T + 10}{2T + 1}$ y $R=\frac{T^2 +4T + 4}{2 T}$

RP $\frac{10 T}{(2T + 1) (T + 2)}$

45. El perímetro de la figura de la derecha es 2x +5. ¿Encontrar la longitud del lado que falta?

$\frac{x^2 - 5x -9}{x - 6}$



$\frac{x^2 - 6}{x - 6}$

RP: $\frac{2 x + 15}{6 - x}$

1.1.6. Combinaciones de casos.

a. $x^2 - 2xy + y^2 - m^2$. **Diferencia de cuadrados y T.C.P.**

Se agrupa $x^2 - 2xy + y^2$ **por que forman un trinomio cuadrado perfecto.**

$(x^2 - 2xy + y^2) - m^2$.

$(x - y)^2 - m^2$.

$(x - y + m)(x - y - m)$.

b. $m^2 - x^2 - 2xy - y^2$.

$m^2 - (x - y)^2 = [m + (x - y)][m - (x - y)]$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$m \qquad x - y \qquad (m + x - y)(m - x + y)$.

c. $a^4 - 3a^2b^2 + b^4$ **Trinomio cuadrado incompleto.**

$a^4 - 3a^2b^2 + b^4$

$\underline{\quad + a^2b^2 \qquad - a^2b^2}$ La cantidad que se agrega debe ser cuadrado perfecto.

$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2$

$(a^4 - 2a^2b^2 + b^4) - a^2b^2$

$(a^2 - b^2)^2 - a^2b^2 = (a^2 + ab - b^2)(a^2 - ab - b^2)$

d. $4m^4 + 81n^4$.

$4m^4 \qquad + 81n^4$

$\underline{\quad + 36m^2n^2 \qquad - 36m^2n^2}$ La cantidad que se agrega debe ser cuadrado perfecto.

$(4m^4 + 36m^2n^2 + 81n^4) - 36m^2n^2$

$(2m^2 + 9n^2)^2 - 36m^2n^2$

$(2m^2 + 6mn + 9n^2)(2m^2 - 6mn + 9n^2)$

1.1.7. Otras combinaciones.

e. $a^4 + 2a^3 - a^2 - 2a \quad = a(a^3 + 2a^2 - a - 2)$

$= a[a^2(a + 2) - 1(a + 2)]$

$= a(a + 2)(a^2 - 1)$

$= a(a + 2)(a + 1)(a - 1)$.

f. $8x^4 + 6x^2 - 2. = 2(4x^4 + 3x^2 - 1)$

$$= \frac{2(4x^2 + 4)(4x^2 - 1)}{4}$$

$= 2(x^2 + 1)(2x + 1)(2x - 1)$

g. $a^2 - b^2 + a^3 - b^3$.

$(a^2 - b^2) + (a^3 - b^3)$

$(a + b)(a - b) + (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$(a - b)(a + b + a^2 + ab + b^2)$

h. $6x^2 - 5xy - 6y^2 - 6xz + 9yz.$

$(6x^2 - 5xy - 6y^2) - (6xz - 9yz)$

$\dfrac{(6x-9y)(6x+4y)}{6} - 3z(2x-3y)$

$(2x - 3y)(3x + 2y) - 3z(2x - 3y)$

$(2x - 3y)(3x + 2y - 3z).$

i. $1 + 2ab - a^4 - b^4 - a^2b^2.$

$1 + 2ab + a^2b^2 - a^4 - b^4 - a^2b^2 - a^2b^2$-

$(1 + 2ab + a^2b^2) - (a^4 + 2a^2b^2 + b^4)$

$(1 + ab)^2 - (a^2 + b^2)^2$

$(1 + ab + a^2 + b^2)(1 + ab - a^2 - b^2).$

$(1 + ab + a^2 + b^2)(1 + ab - a^2 - b^2).$

Simplificar:

$\dfrac{3^{15} - 3^{13} + 8}{3^{13} + 1}$ Sol: $\dfrac{3^{13}(3^2 - 1) + 8}{3^{13} + 1} = \dfrac{8(3^{13} + 1)}{3^{13} + 1} = 8$

Ejercicios Propuestos Grupo 1.2:

1) $2a^2y - 4aby + 2b^2y.$
2) $x^4 - 8x + x^3 - 8.$
3) $2a^4 - 2a^3 - 4a^2 - 2a^2b^2 + 2ab^2 + 4b^2.$
4) $x^3 - y^3 + x - y.$
5) $a^3 + b^3 + 2a^2b + 2ab^2.$
6) $a^2b^n + 2ab^{n+1} + b^{n+2}.$
7) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$
8) $x^2 + 2xy + y^2 + 2 + 3x + 3y.$
9) $6y^2 - 5yz - 6z^2 - 6y + 9z.$
10) $2a^2 - 5ab + 2b^2 - 3ac + 6bc$
11) $a^2x - a^2y + bx^2 - by^2.$
12) $a^3 - 2a^2b + a^2 - 4a - 4 + 8b.$
13) $(m - n)^2 - 2(m - n - 1) - 1.$
14) $a + b - c + a^2 - b^2 - c^2 + 2bc.$
15) $a^2 + a - b^2 + b - z^2 - z + 2bz.$
16) $9x^2 - 6xy + y^2 - 21a^2 + 12ax - 4ay.$
17) $a^4 - 2a^2xy - x^4 - x^2y^2 - y^4.$
18) $(x + y)^2 - xy - 3y^2 - x^3 + y^3.$

Un número elevado al cubo se puede expresar como la diferencia de dos números elevados al cuadrado así:

$2^3 = 3^2 - 1^2 = (3 + 1)(3-1)$

$3^3 = 6^2 - 3^2 = (6+3)(6-3)$

$4^3 = 10^2 - 6^2 = (10+6)(10-6)$ $\quad 7^3 = ?$

TEST

1) Al descomponer en factores el polinomio $2m^2 - 5mn + 2n^2 - 3mt + 6nt$ se obtiene como solución 2 factores, siendo uno de ellos:

( ) $(m - n)$ ( ) $(2m - 3t)$ ( ) $(2m - n - 3t)$ ( ) $(m - 3n + 5t)$

2) Por la compra de un bosque se pagó $a^2x - a^2y + bx^2 - by^2$ dólares. Si cada árbol costó $(x - y)$ dólares, el número de árboles que tiene el bosque es:

( ) $x + y$. ( ) $x^2 + y^2$. ( ) $a^2 + b + y$. ( ) $a^2 + bx + by$.

1.2. Fracciones algebraicas.

1.2.1. Expresión racional.

Es una expresión fraccionaria equivalente al cociente de dos polinomios.

El polinomio denominador debe ser diferente de cero ya que no está definida la división entre cero.

Para que una fracción sea algebraica debe tener en el denominador por lo menos una parte literal

Toda fracción tiene 3 signos: uno en el numerador, otro en el denominador y otro en la fracción propiamente dicha.

Ejemplo:

$$\frac{a}{b} = +\frac{+a}{+b} = +\frac{-a}{-b} = -\frac{+a}{-b} = -\frac{-a}{+b}$$

Si en una fracción se cambia de signo a un número impar de factores o términos, la fracción cambia de signo. Si el número de factores es par, no altera el signo de la fracción.

Ejemplo:

$$+\frac{xy}{ab} = +\frac{(-x)(y)}{(a)(-b)} = +\frac{(-x)(-y)}{(-a)(-b)} = -\frac{(x)(-y)}{(-a)(-b)} = -\frac{xy}{(-a)(b)}$$

1.2.2. Simplificación de fracciones algebraicas.

Se puede multiplicar o dividir los dos términos de una fracción por un mismo factor común y la fracción resultante es equivalente a la original excepto en los valores para los que el denominador sea cero.

Ejemplo:

a) $\dfrac{a^2-4}{a^3-8};\ a \neq 2$

$$=\frac{(a+2)(a-2)}{(a-2)(a^2+ab+b^2)}=\frac{a+2}{a^2+ab+b^2}$$

b) $\frac{5x^2-3x-2}{x^3+x^2+3x-5}=\frac{(x-1)(5x+2)}{(x^2+2x+5)(x-1)}=\frac{5x+2}{x^2+2x+5}$

1.2.3. Operaciones con fracciones algebraicas.

Para multiplicar fracciones algebraicas se multiplica numeradores y denominadores entre sí. Para dividir se multiplica por el recíproco de la fracción divisor.

a. $\frac{y^2-8y+7}{y^2-11y+30}\cdot\frac{y^2-16}{y^2-1}\div\frac{y^2-y-12}{y^2-4y-5}$

$$\frac{(y-7)(y-1)}{(y-6)(y-5)}\cdot\frac{(y+4)(y-4)}{(y+1)(y-1)}\cdot\frac{(y-5)(y+1)}{(y-4)(y+3)}=\frac{(y-7)(y+4)}{(y-6)(y+3)}$$

b. $\frac{(s-2)s+1}{(s-1)s-2}\cdot\frac{(s-2)s+(s-2)}{s^2-1}\div\frac{s+1}{s+6}$

$\frac{s^2-2s+1}{s^2-s-2}\cdot\frac{s^2-2s+s-2}{s^2-1}\cdot\frac{s+6}{s+1}$ Sólo se simplifican factores y no sumandos

$$\frac{(s-1)^2}{(s-2)(s+1)}\cdot\frac{(s-2)(s+1)}{(s+1)(s-1)}\cdot\frac{s+6}{s+1}=\frac{(s-1)(s+6)}{(s+1)^2}$$

1.2.3.1.1. Suma y resta de fracciones algebraicas

a. $\frac{2}{a-3}+\frac{3}{a+2}-\frac{4a-7}{a^2-a-6}$

$\frac{2}{a-3}+\frac{3}{a+2}-\frac{4a-7}{(a-3)(a+2)}$ Mínimo común múltiplo de los denominadores (a-3)(a+2)

$$\frac{2(a+2)+3(a-3)-(4a-7)}{(a-3)(a+2)}=\frac{2a+4+3a-9-4a+7}{(a-3)(a+2)}=\frac{a+2}{(a-3)(a+2)}=\frac{1}{a-3}$$

b. $\dfrac{m-4}{m^2-2m-3}-\dfrac{m}{6-2m}$

$\dfrac{m-4}{(m-3)(m+1)}-\dfrac{m}{2(3-m)}$

Aparecen 2 factores iguales pero con signos diferentes. Conviene cambiar de signo a 1 de esos 2 factores.

$$\frac{m-4}{(m-3)(m+1)}+\frac{m}{2(m-3)}=\frac{2m-8+m^2+m}{2(m-3)(m+1)}=\frac{m^2+3m-8}{2(m-3)(m+1)}$$

Ejercicios Grupo 1.3:

Simplificar:

1) $\dfrac{a^4-27a}{a^2+7a-30}\cdot\dfrac{a-3}{a^3+3a^2+9a}\div\dfrac{a^2-100}{a^2+20a+100}$

2) $\dfrac{5ab^2(7ab+14a^2)^2(2b-a)^2}{(2a+b)^2 7a^2b^2(2b-a)}$

3) $\dfrac{(s-3)s-4}{(s-9)s+20}\cdot\dfrac{(s+3)s-40}{(s^2-9)-8s}\div\dfrac{s+8}{s-9}$

4) $\dfrac{3x^2+3x-1(x+1)}{(x-2)(x+1)}\cdot\dfrac{(3x-2)x-1}{x-1}\div\dfrac{3x^2-(2-5x)}{x-2}$

5) $\dfrac{2x}{x^2-1}+\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{3x^2}{x^3-1}$

6) $\dfrac{1}{t^2+2t-8}+\dfrac{1}{6-t-t^2}$

7) $\dfrac{x+z}{(x-y)(x-z)}-\dfrac{y+z}{(z-x)(y-x)}+\dfrac{x-y}{(z-y)(x-z)}$

8) $\dfrac{ac}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{bc}{(a-c)(a-b)}-\dfrac{ab}{(a-c)(c-b)}$

9) $\dfrac{s^2-(t-u)^2}{(s+u)^2-t^2}+\dfrac{u^2-(s-t)^2}{(t+u)^2-s^2}+\dfrac{t^2-(s-u)^2}{(s+t)^2-u^2}$

10) $\dfrac{a^2-b^2}{ax^2+ay-bx^2-by}\cdot\dfrac{2a^2x-2abx+2b^2x}{a^3+b^3}\div\dfrac{2a^2-11a+12}{a^2-16}$

11) $\left(\dfrac{1}{2x-x^2}+\dfrac{x}{x^2-4}\right)\cdot\dfrac{3x^2+5x-2}{x^2+2x+1}\div\dfrac{9x-3}{x^2-2x-3}$

12) $\dfrac{3x^2-5x-2}{4-x^2}\cdot\dfrac{x^3+8}{3xy+3y}\div\dfrac{3x(x^2-2x+4)+(x^2-2x+4)}{x^2y+2xy+y}$

13) $\left(\dfrac{x-4}{x^2-2x-3}-\dfrac{x}{6-2x}\right)\left(\dfrac{3+2x-x^2}{3x^2+9x-24}\right)$

14) $\dfrac{(z-2)^3+(z-3)^3}{2z^2-9z+10}\div z^2-5z+7$

15) $\dfrac{x^2+5x+6}{x^2-4}\cdot\dfrac{2x^2-3x-2}{ax+3a+2bx+6b}\div\dfrac{a^2x-2abx+4b^2x}{a^3+8b^3}$

16) $\left(\dfrac{x}{x^2-4}+\dfrac{1}{2x-x^2}\right)\dfrac{x^3+x^2-x+2}{x(x+1)-x-1}$

Expresar el valor de la unidad empleando al mismo tiempo todos los dígitos.

TEST

1) Al simplificar $\dfrac{a(a+c)+b(c-b)}{b(a-b)+c(a+c)}$ se obtiene una fracción equivalente a:

( ) $\dfrac{a+c}{b+c}$ ( ) $\dfrac{a+b}{b+c}$ ( ) $\dfrac{a^2-c}{c^2+b}$ ( ) $\dfrac{a+b-c}{a+b+c}$

2) Al simplificar $\dfrac{a^4-2a^3b+2a^2b^2-2ab^3+b^4}{a^4-b^4}$ se obtiene:

( ) $\dfrac{a-b}{a+b}$ ( ) $\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ ( ) $\dfrac{a^2+2ab}{a^2+b^2}$ ( ) $\dfrac{(a-b)^2}{a^2+b^2}$

3) Al resolver las operaciones indicadas y simplificar la expresión $\dfrac{(m-2)^3+(m-3)^3}{2m^2-9m+10}\div\left(m^2-5m+7\right)$ se obtiene:

( ) 1 ( ) m ( ) $\dfrac{1}{m}$ ( ) $\dfrac{1}{m-2}$

4) Al resolver las operaciones indicadas y simplificar la expresión $\dfrac{a^2+a-2}{a^{n+1}-3a^n}\left[\dfrac{(a+2)^2-a^2}{4a^2-4}+\dfrac{3}{a-a^2}\right]$ se obtiene:

( ) $\dfrac{a+2}{a^{n+1}}$ ( ) $\dfrac{a^2-3}{a^n}$ ( ) $\dfrac{(a+2)^2}{a-3}$ ( ) $\dfrac{a^2-3a+2}{a^n(a-1)}$

5) En las siguientes expresiones en donde a, b y c $\in \Re$ reemplazar el símbolo □ por = ó ≠ y añada condiciones según el caso para que se conviertan en proposiciones verdaderas:

( ) $\dfrac{a+bc}{a}$ □ $1+bc$ ( ) $\dfrac{ab+ac}{c}$ □ $b+ac$

( ) $\dfrac{ab+ac}{a}$ □ $b+c$ ( ) $\dfrac{a}{b}\div c$ □ $a\div\dfrac{b}{c}$

( ) $(a-b)-c$ □ $a-(b-c)$ ( ) $\dfrac{a}{b+c}$ □ $\dfrac{a}{b}\div\dfrac{a}{c}$

1.2.4. Fracciones Algebraicas Complejas.

Son aquellas cuando tienen en el numerador o en el denominador o en ambos a la vez expresiones fraccionarias.

Ejemplo:

1. $$\frac{\dfrac{a+x}{a-x}-\dfrac{b+x}{b-x}}{\dfrac{2}{a-x}-\dfrac{2}{b-x}}=\frac{\dfrac{(a+x)(b-x)-(b+x)(a-x)}{(a-x)(b-x)}}{\dfrac{2(b-x)-2(a-x)}{(a-x)(b-x)}}$$
$$=\frac{ab-ax+bx-x^2-ab+bx-ax+x^2}{2(b-x-a+x)}=\frac{2bx-2ax}{2(b-a)}=\frac{2x(b-a)}{2(b-a)}=x$$

2. $$\frac{\dfrac{2a^2-b^2}{a}-b}{\dfrac{4a^2+b^2}{4ab}+1}=\frac{\dfrac{2a^2-b^2-ab}{a}}{\dfrac{4a^2+b^2+4ab}{4ab}}$$
$$=\frac{4b(2a^2-ab-b^2)}{4a^2+4ab+b^2}=\frac{4b(a-b)(2a+b)}{(2a+b)^2}=\frac{4b(a-b)}{2a+b}$$

3. $$\frac{1}{1+\dfrac{1}{x+\dfrac{1}{y}}}=\frac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{xy+1}{y}}}=\frac{1}{1+\dfrac{y}{xy+1}}=\frac{1}{\dfrac{xy+1+y}{xy+1}}=\frac{xy+1}{xy+y+1}$$

4. $$\frac{x-1}{x+2-\dfrac{x^2+2}{x-\dfrac{x-2}{x+1}}}=\frac{x-1}{x+2-\dfrac{x^2+2}{\dfrac{x^2+x-x+2}{x+1}}}=\frac{x-1}{x+2-x-1}=\frac{x-1}{1}=x-1$$

Expresar la fracción $^{29}/_{12}$ como fracción sucesiva

$$\frac{29}{12}=2+\frac{5}{12}=2+\frac{1}{\dfrac{12}{5}}=2+\frac{1}{2+\dfrac{2}{5}}=2+\frac{1}{2+\dfrac{1}{\dfrac{5}{2}}}=2+\frac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}$$

Ejercicios Propuestos Grupo 1.4:

Simplificar:

1) $\dfrac{a-x+\dfrac{x^2}{a+x}}{a^2-\dfrac{a^2}{a+x}}$

2) $\dfrac{\dfrac{a+b}{a-b}-\dfrac{a-b}{a+b}}{\dfrac{a+b}{a}-\dfrac{a+2b}{a+b}}$

3) $\dfrac{1}{x-\dfrac{1}{x+\dfrac{1}{x}}}$

4) $\dfrac{2}{x-\dfrac{x^2-1}{x+\dfrac{1}{x-1}}}$

5) $\dfrac{1+\dfrac{1}{b}}{1-\dfrac{1}{1+\dfrac{2}{b-4}}}$

6) $\dfrac{1}{8+\dfrac{1}{5+\dfrac{1}{t+1}}}$

7) $\dfrac{s}{1-\dfrac{1-s}{1+\dfrac{s^2}{3-s}}}$

8) $\dfrac{\dfrac{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}}-\dfrac{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}}}{1\div\dfrac{a+b}{a-b}+\dfrac{a-b}{a+b}\div\dfrac{a^2}{b^2}+\dfrac{b^2}{a^2}-2}$

9) Si $R=\dfrac{p-\dfrac{1}{m}}{q-\dfrac{1}{m}}$. Determinar R si $p = \dfrac{2}{9}$; $q = \dfrac{11}{20}$ y m = 5

Expresar la fracción $\frac{13}{8}$ como una fracción sucesiva

TEST

1) Al simplificar la expresión $\dfrac{1}{x+\dfrac{1}{1+\dfrac{1+x}{1-x}}}$ se obtiene como solución:

( ) 1. ( ) $x + 1$. ( ) $x - 1$. ( ) $\dfrac{2}{x+1}$

2) Al simplificar la expresión $\dfrac{\dfrac{2x^2-x-6}{x-1}}{3x+4-\dfrac{x^2-2}{x-\dfrac{x+2}{x+1}}}$ se obtiene como solución:

( ) 1 ( ) x + 1 ( ) $\dfrac{1}{x+1}$ ( ) $\dfrac{x-2}{x-1}$

3) Al simplificar la expresión $\dfrac{\dfrac{1-4h^2}{(2h+k)^2}\left[1+\dfrac{k+1}{2h-1}\right]}{\dfrac{1}{2h+k}-\dfrac{1}{2h-k}+\dfrac{4h}{4h^2-k^2}}$ se obtiene como solución:

( ) 1 ( ) $\dfrac{3}{2h+k}$ ( ) $-\dfrac{2h+1}{2(2h-k)}$ ( ) $-\dfrac{1}{2}(1+2h)$

4) $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{s+\dfrac{1}{t}}}-\dfrac{2st+s(1+st)+1}{1+t(s+1)}$ Al resolver las operaciones indicadas y simplificar se obtiene:

( ) s. ( ) – s. ( ) $\dfrac{1}{st+t}$. ( ) $\dfrac{s-t}{1+st+t}$.

AUTOEVALUACION.

1. Al resolver las operaciones indicadas $\dfrac{-\dfrac{2}{3}-5\left(\dfrac{15}{4}\right)\left(\dfrac{2}{25}\right)+1}{-4\div(-9)+\sqrt{\dfrac{3}{28}(21)}-\left(2-\dfrac{4}{3}\right)^2}$ y simplificar se obtiene la fracción:

( ) $-\dfrac{7}{9}$ ( ) $-\dfrac{1}{9}$ ( ) $\dfrac{1}{9}$ ( ) $\dfrac{2}{3}$

2. De cuál expresión hay que restar $\mathbf{4 - 12x - 6x^3}$ para que la diferencia dividida entre $\mathbf{x^2 + 7x - 5}$ de $\mathbf{x^2 - x + 1}$

( ) $6x^3 + 12x - 4$ ( ) $x^4 - 11x^2 - 1$ ( ) $x^4 + 3x^2 - 7$ ( ) $x^4 - 6x^2 - 7x -$

1

3. Al descomponer en factores el polinomio $\mathbf{5x^4\text{-}2x^3\text{+}4x^2\text{-}4x\text{-}12}$ se obtiene 2 factores siendo uno de ellos

( ) $7x^2 - x - 3$ ( ) $x^2 - 2x - 6$ ( ) $x^2 + x$ ( ) $x^2 + 2$

4. Determinar el valor de K del trinomio $\mathbf{3x^2 + kx + 9}$ con la condición de que al dividir este por $\mathbf{x + 2}$ dé el mismo resto que la división de $\mathbf{2x^3 + 3x + 3}$ por dicho binomio:

( ) -6 ( ) 2 ( ) 10 ( )
20

Al simplificar la expresión $\dfrac{(x+3)x-6x-18}{(x+3)x+xy+3y}\cdot\dfrac{x^2+2xy+y^2}{8x^3+27}\div\dfrac{x-6}{2x+3}$

( ) $\dfrac{x+y}{2x-3}$ ( ) $\dfrac{x+y}{(2x-3)^2}$ ( ) $\dfrac{x+y}{4x^2-6x+9}$ ( ) $\dfrac{x+6}{(x-6)(2x-3)}$

5. Al resolver las operaciones indicadas $\left[\dfrac{y}{xy-x^2}+\dfrac{2x}{x^2-y^2}\right]\div\dfrac{z(x+z)+y(x-y)}{x(x+z)+y(z-y)}$

y simplificar se obtiene otra fracción equivalente a:

( ) $\dfrac{2x+y}{x(y+z)}$ ( ) $\dfrac{(2x+y)(y+z)}{x\ (x+y)^2}$ ( ) $\dfrac{2x^2-7x+3}{(x+y)(y+z)}$ ( ) $\dfrac{2x(3x+y)}{(x^2+y^2)(y+z)}$

6. Al simplificar la expresión $\dfrac{3x+9}{x+4-\dfrac{x^2+2}{x-\dfrac{x-2}{x+1}}}$

( ) $x+3$ ( ) $\dfrac{3}{x+4}$ ( ) $\dfrac{x+3}{x+4}$ ( ) $\dfrac{3x+9}{x+4}$

Respuestas de los Ejercicios Propuestos Grupo 1.1.

1. $5\ a^2bx^2\ (2 + 3abx - 6b^3x^3)$
2. $14m^2n^2\ (2m + 3n - 5m^2n^2)$
3. $4x^5\ y^2z^3\ (xz - 2yz + 4xy^2)$
4. $(a + b)(x - y - z)$
5. $(m + n)(x - y - z)$
6. $(a - b + c)(x - y)$
7. $(a - b)(a + 1)$
8. $(v - 2x)(6u - 5w)$
9. $(a - b + c)(x - y)$

10. $(20x + 0.6y^5)(20x - 0.6y^5)$
11. $(x + y + w - z)(x+y - w + z)$
12. $(a^2 - 2ab + b^2 + 4)(a - b + 2)(a - b - 2)$
13. $(a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2)$
14. $(m^2 + 4n^3)(m^4 - 4m^2n^3 + 16n^6)$
15. $(y + z)(3x^2 + 3xy - 3xz - yz + y^2 + z^2)$
16. $(2x - 1)(16x^4 + 8x^3 + 4x^2 + 2x + 1)$
17. $(x + y)(x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3+y^4)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)$
18. $(2x^2y + z^3)(64x^{12}y^6 - 32x^{10}y^5z^3 + 16x^8y^4z^6 - 8x^6y^3z^9 + 4x^4y^2z^{12} - 2x^2yz^{15}-z^{18})$
19. $(5a + x)^2$
20. $(x - y - 3z)^2$
21. $(4y^2 - x + z)^2$
22. $(x - 5)(x + 3)$
23. $(x^2 + 4y)(x^2 + 3y)$
24. $(x - y - 0.5)(x - y - 0.3)$
25. $(3a - 2)(2a - 1)$
26. $(y - 5x)(x - 6y)$
27. $(5a + b + 6c)(c + 2b - a)$
28. $(x - 2)^2(x + 4)$
29. $(2x + 3)(3x - 2)(x + 3)$
30. $(s - 1)(s + 2)(s + 3)(s - 4)$

Respuestas de los Ejercicios Propuestos Grupo 1.2:

1. $2y(a-b)^2$
2. $(x+1)(x-2)(x^2+2x+4)$
3. $2(a+b)(a-b)(a-2)(a+1)$
4. $(x-y)(x^2+xy+y^2+1)$
5. $(a+b)(a^2+ab+b^2)$
6. $(a+b)^2b^n$
7. $(a+b+c)^2$

8. $(x+y+2)(x+y+1)$
9. $(2y-3z)(3y+2z-3)$
10. $(a-2b)(2a-b-3c)$
11. $(x-y)(a^2+bx+by)$
12. $(a-2b+1)(a+2)(a-2)$
13. $(m-n-1)^2$
14. $(a+b-c)(a-b+c+1)$
15. $(a+b-z)(a-b+z+1)$
16. $(3x-y+7a)(3x-y-3a)$
17. $(a^2-xy+x^2+y^2)(a^2-xy-x^2-y^2)$
18. $(x-y)(x+2y-x^2-xy-y^2)$

$R=28^2-21^2$

Respuestas al Test.

1. R = 3ª.
2. R = 4ª.

Respuestas de los Ejercicios Grupo 1.3.

1. $\frac{a-3}{a-10}$
2. $35a(2b-a)$
3. 1
4. $\frac{3x+1}{x+2}$
5. $\frac{x^2+4x+1}{(x^2-1)(x^2+x+1)}$
6. $\frac{1}{(2-t)(t+3)(t+4)}$

7. $\dfrac{2y-x-z}{(x-z)(y-z)}$

8. 1

9. 1

10. $\dfrac{2x(a+4)}{(x^2+y)(2a-3)}$

11. $\dfrac{x-3}{3x}$

12. $-\dfrac{x+1}{3}$

13. $-\dfrac{1}{6}$

14. $\dfrac{1}{z-2}$

15. $\dfrac{2x+1}{x}$

16. $\dfrac{x^2-x+1}{x(x-1)}$

$$R = \frac{148}{296} + \frac{35}{70} = 1$$

Respuestas al Test.

1. R = 2da.
2. R = 1ª.
3. R = 4ta.
4. R = 1ª.
5. R = ≠, ≠, =, ≠, ≠, ≠.

Respuestas de los Ejercicios Grupo 1.4

1. $\dfrac{1}{a+x-1}$

2. $\dfrac{4a^2}{b(a-b)}$

3. $\dfrac{x^2+1}{x^3}$

4. $\dfrac{2(x^2-x+1)}{2x-1}$

5. $\dfrac{(b+1)(b-2)}{2b}$

6. $\dfrac{5t+6}{41t+49}$

7. $\dfrac{s^2-s+3}{3}$

8. $\dfrac{4a^3b^2}{(a^2+b^2)(a-b)\ (a^2+3ab-2b^2)}$

9. $\dfrac{4}{63}$

$$R = 1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}$$

Respuestas al Test

1. R = 4^a.
2. R = 4^a.
3. R = 4^a.
4. R = 2^a.

Respuestas de la Autoevaluación.

1. 1^a
2. 2^a
3. 4^a
4. 4^a
5. 3^a
6. 2^a
7. 1^a

ANEXO F

CAPITULO 2

EXPONENTES Y RADICALES

Los exponentes y radicales constituyen notaciones convenientes, ya que permiten expresar cantidades muy grandes, como las distancias interestelares y muy pequeñas como las atómicas.

Objetivos:

Al término de la unidad el alumno estará en capacidad de definir potenciación, identificar elementos, aplicar las propiedades para simplificar expresiones afectadas de exponentes enteros, ceros y racionales; así como determinadas ecuaciones exponenciales, reducir potencias racionales a radicales y viceversa, operar con radicales y utilizar adecuadamente el factor racionalizante.

2. EXPONENTES Y RADICALES

2.1. Exponentes.

2.1.1. Exponentes Enteros Positivos, Negativos y Cero

La expresión a^n significa que se ha multiplicado n veces el mismo factor a $a^n = a \cdot a \cdot a \ldots a$ n veces

"a" se denomina la base y es el factor a repetirse, n es el exponente e indica las veces que la base se repite como producto.

Ej: $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

Si la base es positiva el resultado de la potencia será positivo; pero por las leyes de los signos si la base es negativa la potencia será positiva o negativa según el exponente sea par o impar respectivamente

Ej: $(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$ impar = negativo

$(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16$ par = positivo

2.1.1.1. Leyes de los Exponentes

$a^u \cdot a^v = a^{u+v}$ En el producto de bases iguales los exponentes se suman.

$a^u \div a^v = a^{u-v}$; $a \neq 0$. En la división de bases iguales los exponentes se restan: el exponente del numerador menos el del denominador

$(a \cdot b)^n = a^n b^n$ Un producto elevado a una potencia equivale a cada factor elevado a dicha potencia.

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; $b \neq 0$. Si a una fracción se eleva a potencia equivale a elevar a dicha potencia cada término.

$(a^u)^n = a^{un}$. En la potencia de potencia los exponentes se multiplican.

$a^o = 1$ $a \neq 0$. Todo número elevado a la potencia 0 equivale a +1, excepto 0^0 ya que es un valor indeterminado.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (Exp. Negativo) Toda potencia negativa expresa una fracción cuyo numerador es la unidad y como denominador la misma base con exponente positivo.

$a^{x/y} = \sqrt[y]{a^x} = \left(\sqrt[y]{a}\right)^x$ El exponente fraccionario expresa un radical en donde el denominador equivale al índice y el numerador el exponente al que debe elevarse la cantidad subradical.

$a^u = a^v \Rightarrow u = v$; $a \neq [1,0]$ Si las bases son iguales en una igualdad los exponentes deben ser iguales.

$a^n = b^n \Rightarrow a = b$; $n \neq 0$ Si los exponentes son iguales para que se cumpla la igualdad las bases deben ser iguales.

Estas leyes son válidas siempre que la expresión esté definida y esto está en función de que la división para cero no se define, que uno elevado a cualquier potencia es 1 y la raíz par de una cantidad negativa es imaginaria.

2.1.1.2. Aplicaciones de las Leyes y Propiedades de los Exponentes.

<u>Aplicando las leyes y propiedades de los exponentes simplificar las expresiones</u>:

Ejemplo 1:

$$\frac{4a^3b^5}{9b^2c} \cdot \frac{27c^3d^2}{2da^2} \underset{\text{producto de fracciones}}{=} \frac{2^2 \cdot 3^3\, a^3b^5c^3d^2}{3^2 \cdot 2^1 a^2b^2cd} \underset{\text{división de potencias iguales}}{=} 2 \cdot 3ab^3c^2d = 6ab^3c^2d$$

Se dice que una expresión que contiene exponentes está simplificada cuando al aplicar las leyes de los exponentes se logra una expresión más simple y con exponentes positivos.

Ejemplo 2:

$$\left(\frac{3s^2t^3}{p^4}\right)^3\left(\frac{t^2p^7}{3s^3}\right)^2 = \left(\frac{3^3s^6t^9}{p^{12}}\right)\left(\frac{t^4p^{14}}{3^2s^6}\right)$$ Potencia de potencia

$$= \left(\frac{3^3s^6t^{13}p^{14}}{3^2p^{12}s^6}\right)$$ Producto de bases iguales

$$= 3\,t^{13}\,p^2$$ División de potencias de igual base

$$2^{2^{2^2}} = \left\{\left[\left(2^2\right)^2\right]^2\right\}^2 \text{ Sol } = 2^{2^4} = 2^{16} = \left(\left[2^2\right]^2\right)^4 = \left[2^2\right]^8 = 2^{16}$$

$$2^{16} = 2^{16}$$

Ejemplo 3:

$$\frac{x^{-2}y^{-3}}{z^{-4}} = \frac{\frac{1}{x^2}\cdot\frac{1}{y^3}}{\frac{1}{z^4}}$$ Definición de exponente negativos

$$= \frac{z^4}{x^2y^3}$$ Para cambiar de término del numerador al denominador y viceversa a un factor basta es cambiar de signo al exponente

Ejemplo 4:

$$\left(\frac{3x^{-3}y^{-2}}{z^{-4}}\right)^{-1}\left(\frac{xy^{-3}}{z^2}\right) = \left(\frac{3z^4}{x^3y^2}\right)^{-1}\left(\frac{x}{y^3z^2}\right)$$ Transformacion de términos

$$= \left(\frac{x^3y^2}{3z^4}\right)^1\left(\frac{x}{y^3z^2}\right)$$ Para cambiar de signo al exponente de una fracción se invierte la fracción

$$= \frac{x^4y^2}{3y^3z^6} = \frac{x^4}{3yz^6}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^1} = \frac{b}{a}$$

$$2m^{-2}n^{-1} = 2\frac{1}{m^2}\cdot\frac{1}{n} = \frac{2}{m^2n}$$

El 2 tiene exponente positivo

Ejemplo 5:

$$\left(\frac{6^{-3}b^{-2}z^{-4}}{2^{-6}b^{4}z^{3}}\right)^{3}=\left(\frac{2^{6}}{6^{3}b^{2}b^{4}z^{4}z^{3}}\right)^{3}=\left(\frac{2^{6}}{2^{3}3^{3}b^{6}z^{7}}\right)^{3}=\left(\frac{2^{3}}{3^{3}b^{6}z^{7}}\right)^{3}=\frac{2^{9}}{3^{9}b^{18}z^{21}}$$

$$=\frac{512}{19683b^{18}z^{21}}$$

Ejemplo 6:

$$\left(\frac{r^{-1}a^{-2}t^{4}}{r^{0}a^{-3}t^{3}}\right)^{-5}=\left(\frac{a^{3}t^{4}}{ra^{2}t^{3}}\right)^{-5}=\left(\frac{at}{r}\right)^{-5}=\left(\frac{r}{at}\right)^{5}=\frac{r^{5}}{a^{5}t^{5}}$$

Ejemplo 7:

$$\left(\frac{3^{-3}m^{2}w^{-3}}{9^{-1}m^{-3}w^{2}}\right)^{-2}=\left(\frac{m^{2}9^{1}m^{3}}{3^{3}w^{3}w^{2}}\right)^{-2}=\left(\frac{9m^{5}}{3^{3}w^{5}}\right)^{-2}=\left(\frac{27w^{5}}{9m^{5}}\right)^{2}=\left(\frac{3w^{5}}{m^{5}}\right)^{2}=\frac{9w^{10}}{m^{10}}$$

Ejemplo 8:

$$\frac{a^{-2}-y^{-3}}{y^{-2}+a^{-3}}$$

No se pueden pasar términos como en los casos anteriores ya que son sumandos y no factores

$$=\frac{\frac{1}{a^{2}}-\frac{1}{y^{3}}}{\frac{1}{y^{2}}+\frac{1}{a^{3}}}=\frac{\frac{y^{3}-a^{2}}{a^{2}y^{3}}}{\frac{a^{3}+y^{2}}{a^{3}y^{2}}}=\frac{(y^{3}-a^{2})a^{3}y^{2}}{a^{2}y^{3}(a^{3}+y^{2})}=\frac{(y^{3}-a^{2})a}{y(a^{3}+y^{2})}=\frac{ay^{3}-a^{3}}{a^{3}y+y^{3}}$$

Ejemplo 9:

$$\frac{a^{-2}-a^{-3}y^{-2}}{a^{-3}y^{-2}-y^{-2}}=\frac{\frac{1}{a^{2}}-\frac{1}{a^{3}y^{2}}}{\frac{1}{a^{3}y^{2}}-\frac{1}{y^{2}}}=\frac{\frac{ay^{2}-1}{a^{3}y^{2}}}{\frac{1-a^{3}}{a^{3}y^{2}}}=\frac{ay^{2}-1}{1-a^{3}}$$

Ejemplo 10:

$$\frac{n^{-2}-m^{-1}n^{-1}-6m^{-2}}{m^{-1}n^{-2}+2m^{-2}n^{-1}}=\frac{\frac{1}{n^{2}}-\frac{1}{mn}-\frac{6}{m^{2}}}{\frac{1}{mn^{2}}+\frac{2}{m^{2}n}}=\frac{\frac{m^{2}-mn-6n^{2}}{m^{2}n^{2}}}{\frac{m+2n}{m^{2}n^{2}}}=\frac{m^{2}-mn-6n^{2}}{m+2n}$$

$$=\frac{(m-3n)(m+2n)}{m+2n}=m-3n$$

Ejemplo 11:

$$
\begin{aligned}
&(3x-1)^2 5(2x-7)^4(2)+(2x-7)^5(2)(3x-1)(3)\\
&=10(3x-1)^2(2x-7)^4+6(2x-7)^5(3x-1)\\
&=2(3x-1)(2x-7)^4\left[5(3x-1)+3(2x-7)\right]\\
&=2(3x-1)(2x-7)^4(15x-5+6x-21)\\
&=2(3x-1)(2x-7)^4(21x-26)
\end{aligned}
$$

El factor común se obtiene con el máximo común de los coeficientes (2) y los factores comunes tomados con el menor exponente presente (4 y 1).

Ejemplo 12:

$(4x-1)^6\,(3)\,(x-3)^2 + 6\,(4x-1)^5\,(4)(x-3)^3$

$3(4x-1)^5(x-3)^2\,[(4x-1)+8(x-3)]$

$3(4x-1)^5(x-3)^2\,(4x-1+8x-24)$

$3(4x-1)^5(x-3)^2\,(12x-25)$

Ejemplo 13:

$8\,(9x+2)^7\,(9)\,(7x-1)^{-3} + (9x+2)^8\,(-3)\,(7x-1)^{-4}\,(7)$

$3\,(9x+2)^7\,(7x-1)^{-4}\,[24(7x-1)+(-7)(9x+2)]$

$3\,(9x+2)^7\,(7x-1)^{-4}\,[168x-24-63x-14]$

$3\,(9x+2)^7\,(7x-1)^{-4}\,[105x-38]$.

2.1.2. Exponentes Fraccionarios.

Para indicar radicaciones cuando el exponente de la cantidad subradical no es múltiplo del índice de la raíz, se utiliza exponente fraccionario así.

Si $a \in R, m$ *y* $n \in Z$ *y* $\sqrt[n]{a} \in R$ *entonces*

$a^{m/n} = (a^{1/n})^m = (\sqrt[n]{a})^m \; o \; (a^m)^{1/n} = \sqrt[n]{a^m}$

De tal manera que si $(a^x)^y = a$ entonces $xy = 1$ de donde $x = 1/y$

$a^{m/n} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ Índices

El denominador n es el índice del radical y m es el exponente al que está elevada la cantidad subradical o la expresión.

Ej:

$a^{1/3} = \sqrt[3]{a} \qquad b^{7/4} = b^{4/4 + 3/4} = b^{1+3/4} = b \cdot b^{3/4} = b\sqrt[4]{b^3}$

$(16)^{5/4} = \sqrt[4]{16^5} = (\sqrt[4]{16})^5 = (2)^5 = 32$

Se presentan algunas restricciones así si el exponente es negativo la base debe ser diferente de cero, si el exponente representa a una raíz par, no debe ser negativa y el numerador y denominador del exponente fraccionario no deben ser simplificables $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ y antes de reducir a radical debe simplificarse. 2/6=1/3

Ejemplo 4.

$$(3x+5)^{2/3}(6)(4x-3)^{-1/4}+2(3x+5)^{-1/3}(5)(4x-3)^{3/4}$$

$$=6(3x+5)^{2/3}(4x-3)^{-1/4}+10(3x+5)^{-1/3}(4x-3)^{3/4} \quad \text{Anteponer coeficientes numéricos}$$

$$=2(3x+5)^{-1/3}(4x-3)^{-1/4}\left[3(3x+5)+5(4x-3)\right] \quad \text{Factor Común}$$

$$=2(3x+5)^{-1/3}(4x-3)^{-1/4}\left[9x+15+20x-15\right]$$

$$=2(3x+5)^{-1/3}(4x-3)^{-1/4}(29x)$$

$$=58x(3x+5)^{-1/3}(4x-3)^{-1/4}=\frac{58x}{(3x+5)^{1/3}(4x-3)^{1/4}}$$

Ejemplo 5.

$$\left(\frac{x^{a+3b}}{x^{a}}\right)^{a}\left(\frac{x^{a-2b}}{x^{-2b}}\right)^{b}=\left(x^{a+3b-a}\right)^{a}\left(x^{a-2b+2b}\right)^{b}=\left(x^{3b}\right)^{a}\left(x^{a}\right)^{b}=x^{3ab}\cdot x^{ab}=x^{4ab}$$

Ejemplo 6.

$$\left(\frac{2^{a+3}\cdot 4^{a+2b}}{8^{a-2}\cdot 4^{2b+4}}\right)^{-2}=\left(\frac{2^{a+3}\cdot\left(2^{2}\right)^{(a+2b)}}{\left(2^{3}\right)^{a-2}\left(2^{2}\right)^{2b+4}}\right)^{-2}=\left(\frac{2^{a+3}\cdot 2^{2a+4b}}{2^{3a-6}2^{4b+8}}\right)^{-2}=\left(\frac{2^{3a+4b+3}}{2^{3a+4b+2}}\right)^{-2}=(2)^{-2}=\left(\tfrac{1}{2}\right)^{2}=\tfrac{1}{4}$$

Ejemplo 7

Resolver para x la ecuación $\frac{8^{x}}{16}=0.25\cdot 2^{x}$

$$2^{3x}=2^{-2}\cdot 2^{x}\cdot 2^{4}$$

$2^{3x}=2^{-2+x+4}$ Si las bases son iguales los exponentes deben ser iguales

$$3x=x+2$$

$$x=1$$

Resolver el sistema

1. $2^{a}(r^{2}-1)=192$
2. $2^{a}(r+1)=48$

$$\text{ec.}1\div\text{ec.}2$$

$$\begin{cases} r-1=4;\ r=5 \\ 2^{a}=8=2^{3};\ a=3 \end{cases}$$

$$(1+3^{n})^{-1}+(1+3^{-n})^{-1}=?$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{1+3^{n}}+\dfrac{1}{\dfrac{3^{n}+1}{3^{n}}}= \\ \dfrac{1}{1+3^{n}}+\dfrac{3^{n}}{3^{n}+1}=\dfrac{3^{n}+1}{3^{n}+1}=1 \end{cases}$$

Ejercicios Propuestos Grupo 2.1:

Simplificar:

1) $(6x^0y^3)(7x^3y^5)$

2) $\dfrac{15x^3y^3}{5x^2z^4}\cdot\dfrac{24z^5w^5}{5xw}$

3) $\left(\dfrac{5x^4y^2}{7z^3}\right)^3\left(\dfrac{21z^4}{10x^5y}\right)^2$

4) $\left(\dfrac{8x^2y^3}{3z^2}\right)^3\left(\dfrac{6x^0z}{4y^2}\right)^4$

5) $\left(\dfrac{a^{2x+2}b^{y+1}}{a^{2x-1}b^4}\right)^{-3}$

6) $\left(\dfrac{x^{-3}z^0y^4}{x^{-2}z^{-3}y^{-1}}\right)^4$

7) $\left(\dfrac{2^3a^0b^{-5}}{8^2a^{-3}b^{-2}}\right)^{-3}$

8) $\left(64x^{3/8}y^{-3/5}\right)^{1/3}$

9) $\left(\dfrac{x^{5/6}y^{-5/4}}{243x^0y^{-5/3}}\right)^{-1/5}$

10) $\dfrac{m^{-1}+n^{-1}}{m^{-1}-n^{-1}}$

11) $\dfrac{b^{-2}-2a^{-1}b^{-1}-3a^{-2}}{a^{-1}b^{-2}-3a^{-2}b^{-1}}$

12) $\left(\dfrac{x^{-1/2}-y^{-1/2}}{3x^{-1/2}y^{-1/2}}\right)^{-2}$

13) $5(y+3)^4(y-1)^3+(y+3)^5(y-1)^2$

14) $4(s+2)^3(3s+2)^6+(s+2)^4(6)(3s+2)^5(3)$

15) $(2x-1)^{2/3}\left(\dfrac{1}{2}\right)(x+1)^{-1/2}+\left(\dfrac{2}{3}\right)(2x-1)^{-1/3}(2)(x+1)^{1/2}$

16) $(2a+3)^{1/4}\left(\dfrac{3}{2}\right)(3a-1)^{-1/2}+(3a-1)^{1/2}\left(\dfrac{1}{2}\right)(2a+3)^{-3/4}$

17) $\left(\dfrac{x^{a+7b}}{x^{5b}}\right)^{4/(a+2b)}$

18) $\left(\dfrac{x^{a-6b}}{x^{-5b}}\right)^{b/(a^2-b^2)}$

19) $\left(\dfrac{x^{1/b+2}}{x^{1/b-2}}\right)^{-\frac{b^2-4}{b}}$

20) $\left(\dfrac{x^{2a+3b}}{x^{2a}}\right)^{a}\left(\dfrac{x^{a-5b}}{x^{-5b}}\right)^{b}$

En qué cifra termina el producto de
$(2+1)(2^2+1)(2^3+1)(2^4+1)...(2^n+1)$. Si : $n=527$

Si $\overline{aaa}$ en base 10 es igual al número $4210_{(a)}$ Hallar a :

TEST

1) Al simplificar $\left(\dfrac{a^{x+5y}}{a^{3y}}\right)^{x/x+2y}$ se obtiene:

( ) a^{x-3y} ( ) a^{x+2y} ( ) a^{y} ( ) a^{x}

2) Al resolver las operaciones indicadas y simplificar la expresión:
$\dfrac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{64}}}{\sqrt{2}-4\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt[6]{27}}{\sqrt{3}-2\sqrt{3}}$ se obtiene una fracción equivalente a:

( ) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ( ) $-\dfrac{4}{3}$ ( ) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ( ) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

3) La expresión $\sqrt[3]{ab\sqrt[4]{a^3b^2\sqrt{a^8b^3}}}$ equivale a:

( ) $a^{11/12}b^{5/8}$ ( ) a^4b^2 ( ) $a^{8/3}b^2$ ( ) $a^{2/3}b^{1/6}$

4) El producto indicado $\dfrac{\sqrt{aa^{-2/3}}}{\sqrt[6]{a^5}}\cdot\dfrac{a^{-5/6}}{\sqrt[3]{aa^{-1/2}}}$ es igual a:

( ) $a^{-7/15}$ ( ) $a^{-5/3}$ ( ) $a^{1/6}$ ( ) $a^{5/3}$

5) Al resolver para x la ecuación $\dfrac{\sqrt[4]{a^{x+2}}^{\,2/3}\sqrt[3]{a^{x}}}{\sqrt[4]{a^3}}=\dfrac{1}{a^{2+x}}$ entonces x es:

( ) $x=\dfrac{4}{77}$ ( ) $x=-\dfrac{3}{11}$ ( ) $x=-\dfrac{7}{11}$ ( ) $x=-\dfrac{1}{7}$

6) Dadas las siguientes expresiones entonces es verdad que:

( ) $\sqrt[3]{\dfrac{(0.004)^4(0.0036)}{(120000)^2}} = 2\cdot 10^{-8}$

( ) $\dfrac{2+2^{-1}}{5} + (-8)^0 - 4^{3/2} = -\dfrac{13}{2}$

( ) $y^{1/3} + 3y^{-1} - 2y^0 = 89;$ Si $y = 1/8$

( ) $\dfrac{2^{10} - 2^{-2}}{2 - 2(2)^{-2}} = \dfrac{3}{2}$

( ) $\left(\dfrac{25xy^{-1}}{16x^{-3}y^{-5}}\right)^{1/2} = \dfrac{5}{4}x^4y^{-2}$

2.2. Radicales.

Indice

Indice

Sea $\sqrt[k]{a} = a^{1/k} \Rightarrow \sqrt[k]{a^m} = a^{m/k}$

Denominador es el índice, numerador: potencia de la base.

Se define como la raíz k de a^b $\sqrt[k]{a} = b$ si y solo si $b^k = a$ La raíz de una expresión algebraica es otra expresión algebraica que elevada a una potencia igual al índice reproduce la expresión original.

$\sqrt[k]{a}$ = raíz enésima de a

$\sqrt{\ }$ = signo radical

$\sqrt[k]{\ }$ = radical de orden k

a = cantidad subradical

k = índice

Ejemplo $\sqrt{49a^2b^2} = 7ab$ ya que $(7ab)^2 = 49a^2b^2$ sin embargo $(-7ab)^2$ también reproduce $49a^2b^2$ pero solo se toma la raíz positiva.

Si se desea esta raíz habrá de escribirse como $-\sqrt{49a^2b^2} = -7ab$ por tanto $\pm\sqrt{49a^2b^2} = \pm 7ab$

La $\sqrt{-49}$ no se define en los reales por tanto debe aclararse que la raíz par solo hay de cantidades positivas así $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ si $a \geq 0$ en general la

$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a; a \geq 0 \\ -a; a < 0 \end{cases}$ Las dos líneas paralelas léase valor absoluto.

$\sqrt{36}=6 \qquad -\sqrt{36}=-6 \qquad \pm\sqrt{36}=\pm 6$

$\sqrt{-36}=\text{No se define en R ya que es negativa}$

Si el radical no contiene índice se supone que es 2 ya que se acostumbra a omitir.

Si la raíz es cúbica o en general de índice impar hay tanto de cantidades positivas como de negativas así:

$\sqrt[3]{27a^6}=3a^2$

$\sqrt[3]{-27b^9}=-3b^3$

También se denominan raíces principales

$$\sqrt[n]{a}\begin{cases}\text{Si } n=\text{par} & a\ge 0\Rightarrow \sqrt[n]{a}\ge 0\\ & a<0\Rightarrow \sqrt[n]{a}=\text{No se define}\\ \text{Si } n=\text{impar} & a\ge 0\Rightarrow \sqrt[n]{a}\ge 0\\ & a<0\Rightarrow \sqrt[n]{a}<0\end{cases}$$

En general como el radical es un exponente fraccionario cumple las leyes de los exponentes con las restricciones anotadas. Se supondrá que todas las variables dentro de los radicales son positivas

2.2.1. Simplificación de Radicales.

Simplificar un radical equivale a reducir la expresión de tal manera que la cantidad subradical sea entera y de menor grado posible de tal forma que

$\sqrt[k]{x^m}=x^a\sqrt[k]{x^b};\ \frac{m}{k}=a+\frac{b}{k}$

Ejemplo:

$\sqrt{a^7};\frac{7}{2}=3+\frac{1}{2}\Rightarrow\sqrt{a^7}=a^3\sqrt{a}$

$\sqrt[5]{a^{14}};\frac{14}{5}=2+\frac{4}{5}\Rightarrow\sqrt[5]{a^{14}}=a^2\sqrt[5]{a^4}$

En la práctica:

$\sqrt{a^7}=\sqrt{a^6\cdot a}=\sqrt{a^6}\sqrt{a}=a^3\sqrt{a}$

$\sqrt[5]{a^{14}}=\sqrt[5]{a^{10}}\sqrt[5]{a^4}=a^2\sqrt[5]{a^4}$

$\sqrt[3]{54x^6y^7}=\sqrt[3]{3^3\cdot 2\cdot x^6\cdot y^6\cdot y}=\sqrt[3]{3^3x^6y^6}\sqrt[3]{2y}=3x^2y^2\sqrt[3]{2y}$

Cada factor debe descomponerse en factores con potencias múltiples del índice a fin de extraer el radical.

$\sqrt[5]{-96x^7y^{10}z^6}=\sqrt[5]{(-2)^5 3x^5x^2y^{10}z^5z}=\sqrt[5]{(-2)^5x^5y^{10}z^5}\sqrt{3x^2z}=-2xy^2z\sqrt{3x^2z}$

También se puede hacer lo contrario es decir introducir factores exteriores así:

$$2ab^2\sqrt[3]{3ab^2} = \sqrt[3]{(2ab^2)^3(3ab^2)} = \sqrt[3]{8a^3b^6 3ab^2} = \sqrt[3]{24a^4b^8}$$

1

$$2xy^2\sqrt[5]{3x-5x^2y} = \sqrt[5]{(2xy^2)^5(3x-5x^2y)} = \sqrt[5]{96x^6y^{10}-160x^7y^{11}}$$

2.2.2. Operaciones con Radicales

2.2.2.1. Suma y Resta de Radicales.

Reducción de radicales semejantes

a)
$$\sqrt{45}-\sqrt{27}-\sqrt{20}$$
$$\sqrt{3^2 5}-\sqrt{3^2 3}-\sqrt{2^2 5}$$
$$3\sqrt{5}-3\sqrt{3}-2\sqrt{5}=\sqrt{5}-3\sqrt{3}$$

b)
$$\frac{1}{2}\sqrt{12}-\frac{1}{3}\sqrt{18}+\frac{3}{4}\sqrt{48}+\frac{1}{6}\sqrt{72}$$
$$\frac{1}{2}\sqrt{2^2 3}-\frac{1}{3}\sqrt{3^2 2}+\frac{3}{4}\sqrt{4^2 3}+\frac{1}{6}\sqrt{6^2 2}$$
$$\frac{1}{2}2\sqrt{3}-\frac{1}{3}3\sqrt{2}+\frac{3}{4}4\sqrt{3}+\frac{1}{6}6\sqrt{2}$$
$$\sqrt{3}-\sqrt{2}+3\sqrt{3}+\sqrt{2}=4\sqrt{3}$$

c)
$$2\sqrt{m^2n}-\sqrt{9m^2n}+\sqrt{16mn^2}-\sqrt{4mn^2}$$
$$2m\sqrt{n}-3m\sqrt{n}+4n\sqrt{m}-2n\sqrt{m}$$
$$2n\sqrt{n}-m\sqrt{n}$$

d)
$$\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{81}+2\sqrt[3]{24}$$
$$\sqrt[3]{3^3\cdot 2}+\sqrt[3]{2^3\cdot 2}-\sqrt[3]{3^3\cdot 3}+2\sqrt[3]{2^3\cdot 3}$$
$$3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{3}+4\sqrt[3]{3}$$
$$5\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}$$

e)
$$\frac{5}{3}\sqrt{\frac{3}{5}}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}-5\sqrt{\frac{1}{15}}+3\sqrt{\frac{1}{12}}$$

$$\frac{5}{3}\sqrt{\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{5}}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2^2}}-5\sqrt{\frac{1}{15}\cdot\frac{15}{15}}+3\sqrt{\frac{1}{2^2\cdot 3}\cdot\frac{3}{3}}$$

$$\frac{5}{3}\sqrt{\frac{15}{5^2}}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2^2}}-5\sqrt{\frac{15}{15^2}}+3\sqrt{\frac{3}{2^2 3^2}}$$

$$\frac{5}{3\cdot 5}\sqrt{15}-\frac{1}{2\cdot 2}\sqrt{3}-\frac{5}{15}\sqrt{15}+\frac{3}{2\cdot 3}\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{15}-\frac{1}{4}\sqrt{3}-\frac{1}{3}\sqrt{15}+\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$=\frac{1}{4}\sqrt{3}$$

f) $$(a-b)\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}-(a+b)\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}+(2a-2b)\sqrt{\frac{1}{a-b}}$$

$$(a-b)\sqrt{\frac{a+b}{a-b}\cdot\frac{a-b}{a-b}}-(a+b)\sqrt{\frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{a+b}{a+b}}+(2a-2b)\sqrt{\frac{1}{a-b}\cdot\frac{a-b}{a-b}}$$

$$\frac{a-b}{a-b}\sqrt{a^2-b^2}-\frac{a+b}{a+b}\sqrt{a^2-b^2}+\frac{2(a-b)}{a-b}\sqrt{a-b}$$

$$\sqrt{a^2-b^2}-\sqrt{a^2-b^2}+2\sqrt{a-b}$$

$$=2\sqrt{a-b}$$

2.2.2.2. Multiplicación de Radicales.

Para multiplicar radicales de igual índice se multiplican los coeficientes y las cantidades subradicales por separado y se simplifica de ser posible.

Ejercicios resueltos.

1. $5\sqrt{14}\times 3\sqrt{2}=15\sqrt{28}=15\sqrt{2^2\cdot 7}=15\cdot 2\sqrt{7}=30\sqrt{7}$

2. $3\sqrt{7}-2\sqrt{3}$ por $4\sqrt{7}+5\sqrt{3}$

Siempre será más sencillo si ordenamos ambos factores con respecto a un mismo radical

$$\begin{array}{l} 3\sqrt{7}-2\sqrt{3} \\ \underline{4\sqrt{7}+5\sqrt{3}} \\ 12\sqrt{7^2}-8\sqrt{21} \\ \underline{\qquad +15\sqrt{21}-10\sqrt{3^2}} \\ 12\cdot 7\ +7\sqrt{21}-10\cdot 3 \\ 84-30+7\sqrt{21} \\ 54+7\sqrt{21} \end{array}$$

3. $2\sqrt{a}-3\sqrt{a-b}$ por $3\sqrt{a}+\sqrt{a-b}$

$$\begin{array}{l} 2\sqrt{a}-3\sqrt{a-b} \\ \underline{3\sqrt{a}+\sqrt{a-b}} \\ 6\sqrt{a^2}-9\sqrt{a(a-b)} \\ \underline{\qquad +2\sqrt{a(a-b)}-3\sqrt{(a-b)^2}} \\ 6a\quad -7\sqrt{a(a-b)}-3(a-b) \\ 6a-7\sqrt{a^2-ab}-3a+3b \\ =3a+3b-7\sqrt{a^2-ab} \end{array}$$

Para multiplicar radicales de diferente índice se reduce los radicales a un mínimo común índice para lo cual se eleva a la cantidad subradical a una potencia igual al número por el cual debe multiplicarse el índice para llegar al índice común. Así:

4. $\left(3\sqrt{2ab}\right)\left(4\sqrt[4]{8a^3}\right)$ mci = 4

$$\begin{aligned} \left(3\sqrt[4]{(2ab)^2}\right)\left(4\sqrt[4]{2^3a^3}\right) &= 12\sqrt[4]{2^2a^2b^2 2^3a^3} \\ &= 12\sqrt[4]{2^4 2a^4ab^2} \\ &= 12\cdot 2a\sqrt[4]{2ab^2} \\ &= 24a\sqrt[4]{2ab^2} \end{aligned}$$

5. $7\sqrt[3]{a^2b}\times 2\sqrt[5]{a^4b^3}$ $\quad$ mci = 15

$$\begin{array}{l} 7\sqrt[15]{(a^2b)^5}\times 2\sqrt[15]{(a^4b^3)^3} \\ 14\sqrt[15]{a^{10}b^5a^{12}b^9} = 14\sqrt[15]{a^{15}a^7b^{14}} \\ 14\sqrt[15]{a^{15}a^7b^{14}} = 14a\sqrt[15]{a^7b^{14}} \end{array}$$

Ejercicios Propuestos Grupo 2.2:

Simplificar los siguientes ejercicios:

1. $\sqrt{3}-\sqrt{12}+\sqrt{75}$
2. $5\sqrt{12}-\sqrt{27}-2\sqrt{50}+\sqrt{8}-\sqrt{2}$
3. $\frac{1}{2}\sqrt{80}-\frac{1}{3}\sqrt{63}-\frac{1}{6}\sqrt{180}-\sqrt{28}$
4. $\sqrt{80}-2\sqrt{252}+5\sqrt{405}-3\sqrt{500}$
5. $3\sqrt[3]{40}-2\sqrt[3]{625}+\frac{1}{2}\sqrt[3]{128}-\frac{1}{3}\sqrt[3]{54}$
6. $2\sqrt[3]{-320}-5\sqrt[3]{-40}-2\sqrt[3]{-54}+3\sqrt[3]{-1024}$

7. $\frac{1}{3}\sqrt[3]{24} - \frac{2}{3}\sqrt[3]{54} + \frac{3}{5}\sqrt[3]{375} - \frac{1}{4}\sqrt[3]{24}$

8. $3a\sqrt[4]{4a^2} - \sqrt{8a^3} + \sqrt[3]{16a^4}$

9. $5\sqrt{12a^3} - 3a\sqrt{3a} - 2\sqrt{50x^3} + x\sqrt{8x}$

10. $\sqrt{4ab} + \sqrt{9a^3b} + \frac{5}{b}\sqrt{ab^3}$

11. $3\sqrt{5x^2yx} - 2\sqrt[4]{25x^4y^2z^2} + 5\sqrt[6]{125x^6y^3z^3}$

12. $4\sqrt{\frac{1}{2}} - 12\sqrt{\frac{1}{18}} - 3\sqrt{2}$

13. $\sqrt{\frac{9}{5}} - \sqrt{\frac{1}{6}} - \sqrt{\frac{1}{20}} + \sqrt{6}$

14. $2\sqrt{\frac{2}{3}} - 3\sqrt{\frac{3}{4}} - \frac{4}{9}\sqrt{\frac{27}{2}} + 6\sqrt{\frac{1}{12}}$

15. $6\sqrt[3]{\frac{1}{54}} + \sqrt[3]{\frac{1}{128}} - 18\sqrt[3]{\frac{1}{81}} - \frac{1}{6}\sqrt[3]{9}$

16. $3\sqrt[3]{\frac{1}{40}} + \sqrt[3]{\frac{1}{16}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}} - 2\sqrt[3]{\frac{7}{8}}$

17. $b^2\sqrt{\frac{a}{b}} + ab\sqrt{\frac{b}{a}} + a^2b^2\sqrt{\frac{1}{ab}}$

18. $3a\sqrt{\frac{a+1}{a^2}} - \sqrt{4a+4} + (a+1)\sqrt{\frac{1}{a+1}}$

19. $(3x+3)\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + (x-1)\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} + (2x^2-2)\sqrt{\frac{x^2}{x^2-1}}$

20. $5x\sqrt{\frac{x+2}{x^2}} - \sqrt{9x+18} + (x+2)\sqrt{\frac{1}{x+2}}$

21. $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ por $\sqrt{3}$

22. $\sqrt{5} - \sqrt{7}$ por $\sqrt{5} + \sqrt{7}$

23. $\sqrt{3} + \sqrt{11}$ por $\sqrt{3} + \sqrt{11}$

24. $5\sqrt{7} - 4\sqrt{11}$ por $3\sqrt{7} + 2\sqrt{11}$

25. $2\sqrt{5} + 5\sqrt{3}$ por $3\sqrt{5} + 3\sqrt{3}$

26. $5\sqrt{5} - 9\sqrt{7}$ por $3\sqrt{5} - 8\sqrt{7}$

27. $2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} + \sqrt{5}$ por $\sqrt{3} + \sqrt{6} + 3\sqrt{5}$

28. $5\sqrt{a} - 2\sqrt{x}$ por $3\sqrt{a} + \sqrt{x}$

29. $2\sqrt{a} - 4\sqrt{a-b}$ por $3\sqrt{a} + \sqrt{a-b}$

30. $3\sqrt{a} - 7\sqrt{a+x}$ por $7\sqrt{a} + 3\sqrt{a+x}$

31. $\sqrt[3]{9x^2y^2}\cdot\sqrt[6]{81x^5}$

32. $\sqrt[3]{a^2b^2}\cdot 3\sqrt[4]{3a^3b}$

33. $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{2b}{a}}\cdot\frac{5}{8}\sqrt[3]{\frac{a^2}{4bc}}$

34. $\sqrt[3]{8a^3b}\div\sqrt[4]{4a^2}$

35. $6\sqrt[3]{3m^4}\div 2\sqrt[9]{27m^6}$

36. $\frac{5}{3}\sqrt{\frac{2b}{a}}\cdot\frac{3}{7}\sqrt{\frac{a^2}{4b}}$

37. $\sqrt{\frac{2}{3}}\div\sqrt[5]{\frac{64}{3a}}$

38. $\left(\sqrt[5]{16ab^3}\right)^3$

39. $\sqrt[5]{x^4\sqrt[3]{x^3\sqrt[3]{x^5}}}$

40. $\sqrt{4a^2cd+8abcd+4b^2cd}$

41. $\sqrt{\frac{1}{4}a^2+6a-\frac{1}{3}ab+\frac{1}{9}b^2-4b+36}$

2.2.3. Racionalización de Radicales.

Racionalizar un término de una fracción significa dejar sin radicales a ese término. Así:

1. $\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$

2. $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. $\frac{5\sqrt{2}-6\sqrt{3}}{4\sqrt{2}-3\sqrt{3}}\cdot\frac{4\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{4\sqrt{2}+3\sqrt{3}}$

$=\frac{20\cdot 2-9\sqrt{6}-18\cdot 3}{\left(4\sqrt{2}\right)^2-\left(3\sqrt{3}\right)^2}$

$=\frac{-14-9\sqrt{6}}{32-27}=\frac{-14-9\sqrt{6}}{5}=-\frac{14}{5}-\frac{9}{5}\sqrt{6}$.

> Por la expresión <u>*Racionalizar*</u> se sobreentiende que se racionaliza el denominador de la fracción. Si se desea racionalizar el numerador se debe especificar.

2.2.4. Factor Racionalizante

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

Para racionalizar binomios con raíz

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$. cuadrada se multiplica por el conjugado.

$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$. Para Racionalizar binomios con raíces
$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$. cúbicas.

$(a + b)(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3) = a^4 - b^4$. Para Racionalizar binomios con raíces
$(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$. cuartas, como es par, siempre diferencia

$(a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) = a^5 + b^5$.
$(a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) = a^5 - b^5$.
Cuando tenga índice impar si a es positivo dará una suma, si es diferencia, una diferencia, pero si el índice es par siempre se obtendrá una diferencia.

Hay que multiplicar el numerador y denominador por el factor racionalizante para que no altere.

Ejemplos.

a) $\dfrac{\sqrt[3]{x}-2}{x-8}$ Racionalizar el numerador.

$$\frac{\sqrt[3]{x}-2}{x-8}\cdot\frac{\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\left(\sqrt[3]{x}\right)(2)+(2)^2}{\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+\left(\sqrt[3]{x}\right)(2)+(2)^2}$$

$$=\frac{\left(\sqrt[3]{x}\right)^3-(2)^3}{(x-8)\left[\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+2\sqrt[3]{x}+4\right]}=\frac{x-8}{(x-8)\left[\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+2\sqrt[3]{x}+4\right]}$$

$$=\frac{1}{\left(\sqrt[3]{x}\right)^2+2\sqrt[3]{x}+4}$$

b) Racionalizar $\dfrac{x+32}{\sqrt[5]{x}+2}$

$$\frac{x+32}{\sqrt[5]{x}+2}\cdot\frac{\left(\sqrt[5]{x}\right)^4-\left(\sqrt[5]{x}\right)^3(2)+\left(\sqrt[5]{x}\right)^2(2)^2-\left(\sqrt[5]{x}\right)(2)^3+(2)^4}{\left(\sqrt[5]{x}\right)^4-\left(\sqrt[5]{x}\right)^3(2)+\left(\sqrt[5]{x}\right)^2(2)^2-\left(\sqrt[5]{x}\right)(2)^3+(2)^4}$$

$$=\frac{(x+32)\left(\sqrt[5]{x^4}-2\sqrt[5]{x^3}+4\sqrt[5]{x^2}-8\sqrt[5]{x}+16\right)}{\left(\sqrt[5]{x}\right)^5+(2)^5}$$

$$=\frac{(x+32)\left(\sqrt[5]{x^4}-2\sqrt[5]{x^3}+4\sqrt[5]{x^2}-8\sqrt[5]{x}+16\right)}{x+32}$$

$$=\sqrt[5]{x^4}-2\sqrt[5]{x^3}+4\sqrt[5]{x^2}-8\sqrt[5]{x}+16$$

c) Racionalizar el numerador de la fracción: $\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt[4]{y}}{x^2-y}$

$$\frac{\sqrt{x}-\sqrt[4]{y}}{x^2-y}\cdot\frac{\left(\sqrt{x}\right)^3+\left(\sqrt{x}\right)^2\left(\sqrt[4]{y}\right)+\left(\sqrt{x}\right)\left(\sqrt[4]{y}\right)^2+\left(\sqrt[4]{y}\right)^3}{\left(\sqrt{x}\right)^3+\left(\sqrt{x}\right)^2\left(\sqrt[4]{y}\right)+\left(\sqrt{x}\right)\left(\sqrt[4]{y}\right)^2+\left(\sqrt[4]{y}\right)^3}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}\right)^4-\left(\sqrt[4]{y}\right)^4}{(x^2-y)\left(x\sqrt{x}+x\sqrt[4]{y}+\sqrt{xy}+\sqrt[4]{y^3}\right)}$$

$$=\frac{x^2-y}{(x^2-y)\left(x\sqrt{x}+x\sqrt[4]{y}+\sqrt{xy}+\sqrt[4]{y^3}\right)}$$

$$=\frac{1}{x\sqrt{x}+x\sqrt[4]{y}+\sqrt{xy}+\sqrt[4]{y^3}}$$

d) Racionalizar el numerador de la fracción: $\dfrac{\sqrt{11+\sqrt[3]{x}}-3}{x+8}$

$$\frac{\sqrt{11+\sqrt[3]{x}}-3}{x+8}\cdot\frac{\sqrt{11+\sqrt[3]{x}}+3}{\sqrt{11+\sqrt[3]{x}}+3}=$$

$$\frac{\sqrt[3]{x}+2}{(x+8)\left(\sqrt{11+\sqrt[3]{x}}+3\right)}\cdot\frac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4}{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4}=$$

$$\frac{x+8}{(x+8)\left(\sqrt{11+\sqrt[3]{x}}+3\right)\left(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4\right)}=\frac{1}{\left(\sqrt{11+\sqrt[3]{x}}+3\right)\left(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4\right)}$$

2.2.5 Transformación de Radicales.

Transformación de radicales de la forma $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ en una de radicales simples.

Para reducir radicales de la forma $\sqrt{a+\sqrt{b}}$ o $\sqrt{a-\sqrt{b}}$ a 2 radicales simples es posible si $a^2 - b$ es cuadrado perfecto así:

$$\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} + \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$$

$$\sqrt{a-\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} - \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$$

Ejemplo 1:

$$\sqrt{8+\sqrt{28}} \Rightarrow a=8 \quad b=28 \quad \Rightarrow a^2-b=36 \wedge \sqrt{36}=6$$

$$\sqrt{8+\sqrt{28}} = \sqrt{\frac{8+6}{2}} + \sqrt{\frac{8-6}{2}} = \sqrt{7}+1$$

Ejemplo 2:

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} \Rightarrow a=7 \quad b=48 \quad \Rightarrow a^2-b=49-48=1$$

$$\sqrt{7+\sqrt{4^2\cdot 3}} = \sqrt{7+\sqrt{48}} = \sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{7+\sqrt{1}}{2}} + \sqrt{\frac{7-\sqrt{1}}{2}} = \sqrt{4}+\sqrt{3} = 2+\sqrt{3}$$

Ejemplo 3:

$$\sqrt{32-10\sqrt{7}} \Rightarrow a=32 \quad b=700 \quad \Rightarrow a^2-b=1024-700=324 \Rightarrow \sqrt{324}=18$$

$$\sqrt{32-10\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{32+18}{2}} + \sqrt{\frac{32-18}{2}} = 5-\sqrt{7}$$

Demostración:

1. $\sqrt{a+\sqrt{b}} = z+w$
2. $\sqrt{a-\sqrt{b}} = z-w$

Sistemas de ecuaciones con radicales con soluciòn cuadrática.

$1 \wedge 2$

$$\sqrt{a+\sqrt{b}} + \sqrt{a-\sqrt{b}} = 2z$$

$$a+\sqrt{b}+2\sqrt{a+\sqrt{b}}\cdot\sqrt{a-\sqrt{b}}+a-\sqrt{b} = 4z^2$$

$$4z^2-2a = 2\sqrt{a+\sqrt{b}}\cdot\sqrt{a-\sqrt{b}}$$

$$4z^2 = 2\sqrt{a^2-b}+2a$$

$$z = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \quad \text{LQQD}$$

De igual forma $w = \sqrt{\dfrac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$

Un cubo cuya arista es el doble del otro tiene 72 cm^2 de área más que aquel.
¿Cuál es la arista del menor?
Solución: $6(2a)^2 - 6a^2 = 72$ a=2

Demostrar que $\sqrt[3]{10+4\sqrt{3}} - \sqrt[3]{10-4\sqrt{3}} = 2$

$$(1+\sqrt{3})^3 = (1+\sqrt{3})^2(1+\sqrt{3})$$

$$= (1+2\sqrt{3}+3)(1+\sqrt{3}) = 10+4\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt[3]{(1+\sqrt{3})^3} + \sqrt[3]{(1-\sqrt{3})^3} = 2$$

$$(1-\sqrt{3})^3 = 10 - 4\sqrt{3} \qquad 1+\sqrt{3}+1-\sqrt{3} = 2$$

$$2 = 2$$

Ejercicios Propuestos Grupo 2.3:

Racionalizar:

1. $\dfrac{2a}{\sqrt{2ax^3}}$
2. $\dfrac{4y}{\sqrt{2yz}}$
3. $\dfrac{20a}{\sqrt[3]{4a}}$
4. $\dfrac{16}{\sqrt[5]{8a^2}}$
5. $\dfrac{a\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{ab}}}}{\sqrt[12]{a^5b^7}}$
6. $\dfrac{5+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$
7. $\dfrac{\sqrt{5}-3\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$

Racionalizar las fracciones

8. $\dfrac{\sqrt{2}-3\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}$
9. $\dfrac{\sqrt{a+4}-\sqrt{a}}{\sqrt{a+4}+\sqrt{a}}$
10. $\dfrac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}$

11. $\dfrac{y}{\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}}$

12. $\dfrac{\sqrt[n+1]{x^{n^2}x^{2n+1}}}{x-\sqrt{x}}$

13. $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

14. $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6}}$

15. $\dfrac{3}{1+\sqrt{2}+\sqrt{a}}$

16. $b\left[\left(\dfrac{a-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt[4]{b}}-\sqrt{a}\right)\div\sqrt{b}-\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right]$

Racionalizar el numerador de las fracciones

17. $\dfrac{\sqrt[3]{x}-3}{x-27}$

18. $\dfrac{\sqrt[5]{y}-2}{y-32}$

19. $\dfrac{\sqrt[7]{x}-2}{x-128}$

20. $\dfrac{\sqrt[3]{h+8}-2}{h}$

21. $\dfrac{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}{a-b}$

22. $\dfrac{\sqrt{m}-\sqrt[4]{n}}{m^2-n}$

23. $\dfrac{\sqrt{5+\sqrt[3]{x}}-3}{x-64}$

24. $\dfrac{\sqrt{20+\sqrt[3]{x}}-5}{x-125}$

25. $\dfrac{\sqrt{3+\sqrt[3]{x}}-2}{x-1}$

26. $\dfrac{\sqrt{6+\sqrt[5]{x}}-2}{x+32}$

27. $\dfrac{\sqrt{6+\sqrt[4]{x}}-3}{x-81}$

Transformar en radicales simples.

28. $\sqrt{5+\sqrt{21}}$
29. $\sqrt{3-\sqrt{5}}$
30. $\sqrt{21-6\sqrt{10}}$
31. $\sqrt{\frac{3}{5}+\sqrt{\frac{8}{25}}}$

Extraer la raíz cuadrada de la expresión.

32. $9+6\sqrt{2}$
33. $8+\sqrt{28}$
34. $\frac{3}{4}-2\sqrt{\frac{1}{8}}$

Resolver para x la ecuación

$$\sqrt[3]{x}\,\sqrt[4]{x}\,\sqrt[5]{x}\,\sqrt[6]{x}\,\sqrt[20]{x}=20$$

Determinar el valor de :

$$\sqrt[3]{17\sqrt{2}+11\sqrt{5}}-\sqrt[3]{17\sqrt{2}-11\sqrt{5}}$$

TEST

1) Al simplificar $b\sqrt{a^3c}+\sqrt[4]{16a^6b^4c^2}-5a\sqrt[6]{b^6c^3a^3}$ se obtiene como solución

( ) 0. ( ) $-2ab\sqrt{ac}$ ( ) $-3ab\sqrt{bc}$ ($ab\sqrt{ac}+\sqrt[6]{a^5b^5}$)

2) Al multiplicar $\sqrt{2a+5-\sqrt{4a^2-8}}$ por $\sqrt{2a+5+2\sqrt{a^2-2}}$ se obtiene como solución:

( ) $\sqrt{13}$ ( ) $\sqrt{2a^2+1}$ ( ) $\sqrt{20a+33}$ ( ) $\sqrt{2a^2+20+29}$

3) Al simplificar la expresión $\dfrac{\dfrac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[6]{a}}\div\sqrt[8]{a}}{\dfrac{\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[9]{a}}{\sqrt{a}}}$ se obtiene como solución:

( ) 1 ( ) $\sqrt{a}$ ( ) $\sqrt[9]{a^7}$ ( ) $\sqrt[17]{a}$ ( ) $\sqrt[72]{a}$

4) Al efectuar las siguientes operaciones $\left(\sqrt[3]{\sqrt[5]{8a^3}}\right)^5+\sqrt[k]{\frac{a}{\sqrt[n]{a}}}; k=n-1$ se obtiene

( ) $a+a^n$ ( ) $\sqrt[n]{a}+2a$ ( ) $a^{-\frac{1}{n}}+a$ ( ) $a^n+\frac{1}{a}$

5) Al simplificar la expresión $\frac{10}{1+\sqrt{3}}-\frac{8}{2-\sqrt{2}}$ se obtiene

( ) $5\sqrt{3}-4\sqrt{2}-13$ ( ) $\frac{5\sqrt{3}-4\sqrt{2}-13}{2}$ ( ) $\frac{5\sqrt{3}-4\sqrt{2}}{2}$ ( ) $\frac{-13+\sqrt{3}}{2}$

AUTO EVALUACIÓN

1. Al simplificar la expresión $\left[\left(\frac{2^2x^2y^0}{8x^{-1}}\right)^{-3}\left(\frac{x^{-3}}{x^{-5}}\right)^3\right]^{-1/6}$ se obtiene una fracción equivalente a:

( ) $\frac{\sqrt{x}}{2}$ ( ) $\frac{\sqrt{2x}}{2}$ ( ) $\frac{\sqrt{2}}{x^{3/2}}$ ( ) $\frac{\sqrt{2xy}}{2}$

2. Al simplificar la expresión $\frac{a^{-2}b^{-1}-3a^{-1}b^{-2}}{9b^{-2}-a^{-2}}$ se obtiene:

( ) $-\frac{1}{3a+b}$ ( ) $\frac{1}{3a+b}$ ( ) $\frac{3}{3a+b}$ ( ) $\frac{9b-3a}{9a^2-b^2}$

3. Al simplificar $(2x-1)^{-2/3}(5-x)^{1/2}\left(-\frac{3}{2}\right)+(5-x)^{3/2}\left(-\frac{2}{3}\right)(2x-1)^{-5/3}(2)$ se obtiene una expresión equivalente a:

( ) $-\frac{1}{6}(2x-1)^{-5/3}(5-x)^{1/2}(10x+31)$ ( ) $\frac{1}{6}(2x-1)^{-5/3}(5-x)^{1/2}(26x-49)$

( ) $-\frac{1}{6}(2x-1)^{-5/3}(5-x)^{1/2}(31-26x)$ ( ) $-\frac{1}{6}(2x-1)^{-2/3}(5-x)^{3/2}(10x+31)$

4. La expresión $\sqrt[\frac{m-1}{m}]{\frac{ab}{\sqrt[m]{ab}}}$ es equivalente a:

( ) $\left(\frac{1}{ab}\right)^m$ ( ) $(ab)^{1/m}$ ( ) $\frac{1}{ab}$ ( ) ab

5. Efectuar la siguiente operación indicada: $\left(\sqrt[3]{\sqrt[5]{8(a+b)^3}}\right)^5+\sqrt{a+b}\cdot\sqrt[3]{a^2+2ab+b}$

6. Expresar como la suma de dos $\sqrt{2x+\sqrt{4x-1}}$ raíces.

7. Racionalizar la $\dfrac{x-4}{\sqrt{3x+8}-2\sqrt{5}}$ fracción:

8. Racionalizar el numerador de la fracción: $\dfrac{\sqrt{12+\sqrt[3]{x}}-4}{x-64}$

Respuesta a los Ejercicios Propuestos Grupo 2.1

1. $R = 42x^3y^8$
2. $R = \dfrac{72}{5}w^4y^3z$
3. $R = \dfrac{45x^2y^4}{28z}$
4. $R = \dfrac{96x^6y}{z^2}$
5. $R = \dfrac{1}{a^9b^3}$
6. $R = \dfrac{y^{20}z^{12}}{x^4}$
7. $R = \dfrac{512b^9}{a^9}$
8. $R = \dfrac{4x^{1/8}}{y^{1/5}}$
9. $R = \dfrac{3}{x^{1/6}y^{7/12}}$
10. $R = \dfrac{m+n}{n-m}$
11. $R = a+b$
12. $R = \dfrac{9}{x-2\sqrt{xy}+y}$
13. $R = 2(y+3)^4(y-1)^2(3y-1)$
14. $R = 2(s+2)^3(3s+2)^5(15s+22)$
15. $R = \dfrac{1}{6}(x+1)^{-1/2}(2x-1)^{-1/3}(14x+3)$
16. $R = \dfrac{1}{2}(2a+3)^{-3/4}(3a-1)^{-1/2}(9a+8)$
17. $R = x^4$
18. $R = x^{\frac{b}{a+b}}$
19. $R = x^{-4/b}$
20. $R = x^{4ab}$

1. R = 5
2. R = 5

Respuestas al Test

1. 4ª
2. 2ª
3. 1ª
4. 2ª
5. 3ª
6. 2ª

Respuestas a los Ejercicios Propuestos Grupo 2.2

1. $4\sqrt{3}$
2. $7\sqrt{3}-9\sqrt{2}$
3. $\sqrt{5}-3\sqrt{7}$
4. $19\sqrt{5}-12\sqrt{7}$
5. $\sqrt[3]{2}-4\sqrt[3]{5}$
6. $2\left(\sqrt[3]{5}-9\sqrt[3]{2}\right)$
7. $\frac{19}{6}\sqrt[3]{3}-2\sqrt[3]{2}$
8. $a\sqrt{2a}+2a\sqrt[3]{2a}$ **o** $a\left(\sqrt{2a}+2\sqrt[3]{2a}\right)$
9. $7a\sqrt{3a}-8x\sqrt{2x}$
10. $(7+3a)\sqrt{ab}$
11. $6x\sqrt{5yz}$
12. $-3\sqrt{2}$
13. $\frac{1}{2}\sqrt{5}+\frac{5}{6}\sqrt{6}$
14. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
15. $\frac{9}{8}\sqrt[3]{4}-\frac{13}{6}\sqrt[3]{9}$
16. $\frac{3}{10}\sqrt[3]{25}+\frac{3}{4}\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{7}$
17. $b\sqrt{ab}(2+a)$
18. $2\sqrt{a+1}$
19. $2\sqrt{x^2-1}\,(2+x)$
20. $3\sqrt{x+2}$
21. $\sqrt{15}-3$
22. -2
23. $14+2\sqrt{33}=2\left(7+\sqrt{33}\right)$
24. $17-2\sqrt{77}$
25. $75+21\sqrt{15}$
26. $579-67\sqrt{35}$
27. $9+7\sqrt{15}-5\sqrt{30}$
28. $15a-\sqrt{ax}-2x$
29. $2a-10\sqrt{a^2-ab}+4b=2\left(a+2b-5\sqrt{a^2-ab}\right)$
30. $-21x-40\sqrt{a^2+ax}$
31. $3x\sqrt[6]{9x^3y^4}$

32. $3a\sqrt[12]{27a^5b^{11}}$
33. $\frac{1}{8c}\sqrt[6]{32abc^4}$
34. $\sqrt[6]{8a^3b^2}$
35. $3\sqrt[3]{m^2}$
36. $\frac{5}{14}\sqrt{2a}$
37. $\frac{2}{27a^2}\sqrt[10]{2^3 3^7 a^2}$
38. $4b\sqrt[5]{4a^3b^4}$
39. $x\sqrt[9]{x}$
40. $2(a+b)\sqrt{cd}$
41. $\frac{3a-2b+36}{6}$

Respuestas a los Ejercicios Propuestos Grupo 2.3

1. $\frac{\sqrt{2ax}}{x^2}$
2. $\frac{2\sqrt{2yz}}{z}$
3. $10\sqrt[3]{2a^2}$
4. $\frac{8\sqrt[5]{4a^3}}{a}$
5. $\frac{\sqrt[6]{a^4b^3}}{b}$
6. $\frac{17}{7}+\frac{8}{7}\sqrt{2}$
7. $-13+2\sqrt{35}$
8. $\frac{19}{3}-\frac{7}{3}\sqrt{10}$
9. $\frac{a+2}{2}-\frac{\sqrt{a^2+4a}}{2}$
10. $\frac{a+b}{2b}+\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{2b}$
11. $\frac{\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}}{2}$

12. $\frac{x^{\frac{2n+1}{2}}\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-1}$

13. $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{12}$

14. $\frac{33+12\sqrt{10}+18\sqrt{3}+3\sqrt{30}}{39}$

15. $\frac{3\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{a}\right)\left(3-a-2\sqrt{a}\right)}{a^2-10a+9}$

16. $\sqrt[4]{b^3}-a\sqrt{b}$

17. $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9}$

18. $\frac{1}{\sqrt[5]{y^4}+2\sqrt[5]{y^3}+4\sqrt[5]{y^2}+8\sqrt[5]{y}+16}$

19. $\frac{1}{\sqrt[7]{x^6}+2\sqrt[7]{x^5}+4\sqrt[7]{x^4}+8\sqrt[7]{x^3}+16\sqrt[7]{x^2}+32\sqrt[7]{x}+64}$

20. $\frac{1}{\left(\sqrt[3]{h+8}\right)^2+2\sqrt[3]{h+8}+4}$

21. $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}+\sqrt[4]{a^2b}+\sqrt[4]{ab^2}+\sqrt[4]{b^3}}$

22. $\frac{1}{m\sqrt{m}+m\sqrt[4]{n}+\sqrt{mn}+\sqrt[4]{n^3}}$

23. $\frac{1}{\left(\sqrt{5+\sqrt[3]{x}}+3\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+4\sqrt[3]{x}+16\right)}$

24. $\frac{1}{\left(\sqrt{20+\sqrt[3]{x}}+5\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+5\sqrt[3]{x}+25\right)}$

25. $\frac{1}{\left(\sqrt{3+\sqrt[3]{x}}+2\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1\right)}$

26. $\frac{1}{\left(\sqrt{6+\sqrt[5]{x}}+2\right)\left(\sqrt[5]{x^4}-2\sqrt[5]{x^3}+4\sqrt[5]{x^2}-8\sqrt[5]{x}+16\right)}$

27. $\frac{1}{\left(\sqrt{6+\sqrt[4]{x}}+3\right)\left(\sqrt[4]{x^3}+3\sqrt{x}+9\sqrt[4]{x}+27\right)}$

28. $\frac{1}{2}\sqrt{14}+\frac{1}{2}\sqrt{6}$

29. $\frac{1}{2}\sqrt{10}-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

30. $\sqrt{15}-\sqrt{6}$
31. $\frac{1}{5}\sqrt{10}+\frac{1}{5}\sqrt{5}$
32. $\sqrt{6}+\sqrt{3}$
33. $1+\sqrt{7}$
34. $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

1. $R = 20$
2. $R = 2\sqrt{5}$

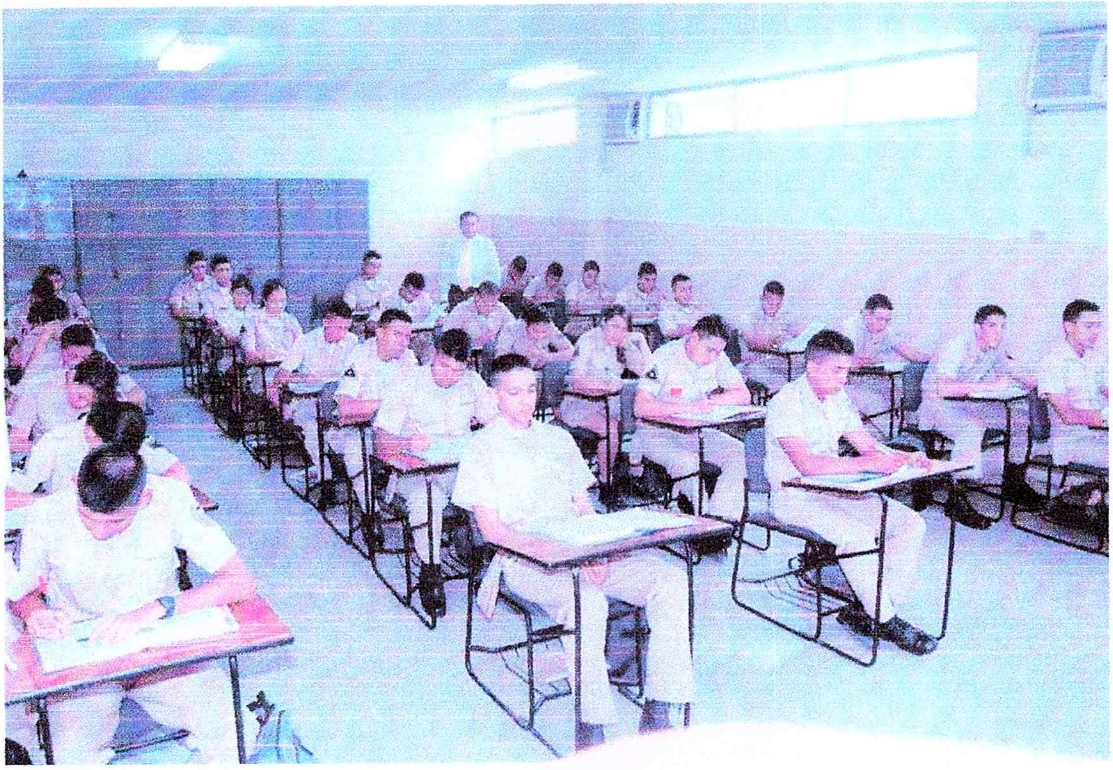
Respuestas al Test

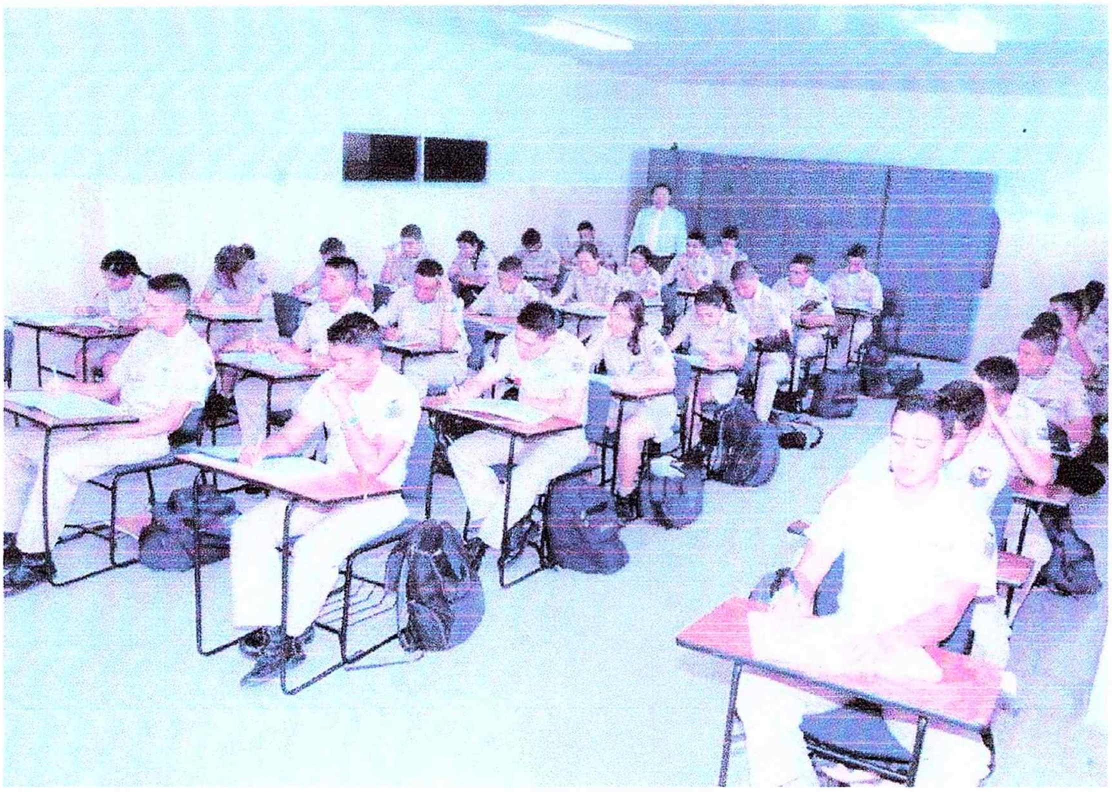
1. $-2ab\sqrt{ac}$
2. $\sqrt{20a+33}$
3. $\sqrt[72]{a}$
4. $2a+\sqrt[n]{a}$
5. $5\sqrt{3}-4\sqrt{2}-13$

Respuestas a la Autoevaluación

1. $\frac{\sqrt{2X}}{2}$
2. $-\frac{1}{3a+b}$
3. $-\frac{1}{6}(2x-1)^{-\frac{5}{3}} \quad (5-x)^{\frac{1}{2}}\,(10x+31)$
4. ab
5. $(a+b)\;\left(2+\sqrt[6]{a+b}\right)$
6. $\sqrt{\frac{4x-1}{2}}+\frac{\sqrt{2}}{2}$
7. $\frac{\sqrt{3x+8}\;+2\sqrt{5}}{3}$
8. $\frac{1}{\left(\sqrt{12+\sqrt[3]{x}}+4\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+4\sqrt[3]{x}+16\right)}$

ANEXO G





Alumnos del 6to. Pollux del Liceo Naval
Periodo lectivo 2006 – 2007